

<b>โครงการจัดการเรียนรู้</b> วิชา 3000-1521 คณิตศาสตร์ 2	
<b>หน่วยที่ 4 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น</b> <b>เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เมทริกซ์ผกผัน</li> <li>- เมทริกซ์ผกผัน</li> <li>- การหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนด</li> </ul>	<b>ครั้งที่ 5</b>  จำนวน 3 ชั่วโมง
จุดประสงค์การสอน	รายการสอน
1. สามารถนำเอาความรู้จากเรื่องเมทริกซ์ผกผันได้ 2. สามารถนำเอาความรู้จากเมทริกซ์ผกผันได้ 3. สามารถการหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนดได้	1. เมทริกซ์ผกผัน 2. เมทริกซ์ผกผัน 3. การหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนด
<b>วิธีการสอน</b> บรรยาย / ถาม-ตอบ / สาธิต / ปฏิบัติกิจกรรม	
<b>สื่อการสอน</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- แผ่นใส เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน</li> <li>- อุปกรณ์ปฏิบัติการ เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน</li> <li>- แบบทดสอบ เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน</li> <li>- วีซีดีประกอบการสอน</li> </ul>	<b>หนังสืออ้างอิง</b> ศักดา กิ่งโก้. คณิตศาสตร์ 2. ศสอ. กรุงเทพฯ
<b>การประเมินผล</b> ทำกิจกรรม และแบบทดสอบ ได้เกินร้อยละ 50	

## แผนการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ 2

จำนวน 3 ชั่วโมง/สัปดาห์

หน่วยที่ 7 เมทริกซ์ผกผัน

เรื่อง

1. เมทริกซ์ผกผัน
2. เมทริกซ์ผกผัน
3. การหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนด

เวลาสอน 3 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ในบทนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน เมทริกซ์ผกผัน และการหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนด

จุดประสงค์การเรียนรู้

*จุดประสงค์ทั่วไป*

มีความรู้ความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ผกผัน เมทริกซ์ผกผัน และการหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและตัวกำหนด

**จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม**

พุทธิพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถอธิบายเมทริกซ์ผกผันได้
2. ผู้เรียนมีอธิบายเมทริกซ์ผกผันได้

ทักษะพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์เรื่องเมทริกซ์ผกผันและเมทริกซ์ผกผันได้

จิตพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถยอมรับและทำความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ผกผันและเมทริกซ์ผกผันได้

**เครื่องมือวัดผลตามพุทธิพิสัย (10 คะแนน)**

1. อธิบายเมทริกซ์ผกผันได้(5 คะแนน)
2. อธิบายเมทริกซ์ผกผันได้(5 คะแนน)

**เครื่องมือวัดผลตามทักษะพิสัย (5 คะแนน)**

1. แก้โจทย์เรื่องเมทริกซ์ผกผันและเมทริกซ์ผกผันได้

### เครื่องมือนำวัดผลตามจิตพิสัย (5 คะแนน)

1. ขอมรับและทำความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ผกผันและเมทริกซ์ผกผันได้

### เกณฑ์การวัดผลตามพุทพิสัย

#### การตอบคำถามข้อที่ 1

เมทริกซ์ผกผัน

เมทริกซ์จัตุรัส A ใดๆ จะเรียกว่าเป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน ถ้ามีเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ ซึ่ง  $AB = BA = I$  เรียก B ว่า เป็นเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณของ A แต่ถ้าหาก  $AB \neq BA \neq I$  ก็จะเรียกเมทริกซ์ A ว่าเมทริกซ์เอกฐาน

ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้องให้ 5 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้หักครึ่งคะแนน

#### การตอบคำถามข้อที่ 2

เมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์จัตุรัส A ใด จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $Adj A$  โดยที่  $Adj A = [C_{ij}]^t$  เมื่อ  $C_{ij}$  เป็น โคแฟกเตอร์ของ  $a_{ij}$  ในเมทริกซ์ A

ถ้าผู้เรียนตอบคำถามตามแนวทางข้างต้นให้ 5 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้หักครึ่งคะแนน

### เกณฑ์การวัดผลตามทักษะพิสัย

การตอบคำถาม

$$\text{โจทย์ } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ จงหาค่า } A^{-1}$$

$$\text{วิธีทำ ให้ } A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = I$$

$$\text{จาก } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2a_{11} - a_{21} & 2a_{12} - a_{22} \\ 4a_{11} + 5a_{21} & 4a_{12} + 5a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยบทนิยามการเท่ากันของเมทริกซ์ จะได้

$$2a_{11} - a_{21} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$4a_{11} - 5a_{21} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$2a_{12} - a_{22} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$4a_{12} - 5a_{22} = 1 \dots\dots\dots (4)$$

โดยการแก้สมการ 1,2,3 และ 4 จะได้

$$a_{11} = \frac{5}{14}, \quad a_{12} = \frac{1}{14}, \quad a_{21} = \frac{-2}{7} \text{ and } a_{22} = \frac{1}{7}$$

ดังนั้นจะได้  $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{14} & \frac{1}{14} \\ \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$  Ans

โจทย์ ถ้า  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  จงหา  $Adj A$

วิธีทำ จาก  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

ก่อนอื่นหาโคแฟกเตอร์ของสมาชิก  $a_{ij}$  ทุกตัวใน  $A$  ดังนี้

$$C_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (1)(5) = 5$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)(13) = -13$$

$$C_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (1)(3) = 3$$

$$C_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)(-4) = 4$$

$$C_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (1)(-4) = -4$$

$$C_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)(4) = -4$$

$$C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = (1)(5) = 5$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = (-1)(-19) = 19$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (1)(3) = 3$$

สมาชิก  $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{21}, \dots, C_{33}$  มาเขียนเป็นเมทริกซ์ ซึ่งเรียกว่า เมทริกซ์โคแฟกเตอร์ของ  $A$  หรือ  $[C_{ij}]$  ดังนั้นจะได้

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} 5 & -13 & 3 \\ 4 & -4 & -4 \\ 5 & 19 & 3 \end{bmatrix}$$

นั่นคือ 
$$Adj A = [C_{ij}]^t = \begin{bmatrix} 5 & -13 & 3 \\ 4 & -4 & -4 \\ 5 & 19 & 3 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 \\ -13 & -4 & 19 \\ 5 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{Ans}}$$

ถ้านักเรียนแก้ไขโจทย์ตามข้างต้นได้ถูกต้อง ให้ 5 คะแนน ถ้าผิดให้พิจารณาตามความเหมาะสม

### เกณฑ์การวัดผลตามจิตพิสัย

ดูจากความตั้งใจในห้องเรียนและการซักถามเมื่อเกิดความสงสัย (5 คะแนน)

### กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูให้นักเรียนหาสูตรและศึกษาหาข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องเมทริกซ์ผกผัน โดยหาทาง Internet
2. นักเรียนร่วมกันอภิปราย
3. ครูสรุปเนื้อหาที่เรียนในสัปดาห์ที่แล้ว และอธิบายเรื่อง เมทริกซ์ผกผัน
4. ใช้แผ่นใสแสดงเรื่องเมทริกซ์ผกผัน ให้นักเรียนศึกษา ทำความเข้าใจ และบันทึกด้วยตนเอง
5. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5 – 6 คน จัดทำบอร์ดความรู้เรื่องเมทริกซ์ผกผัน นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรม และระดมความคิด บันทึกผล และส่งตัวแทนสรุปหน้าชั้นเรียน
6. ครูอภิปรายผลการทดลองร่วมกับนักเรียน และสรุปเนื้อหาที่เรียน นักเรียนตรวจผลการทดลอง และบันทึกสรุปด้วยตนเอง
7. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องเมทริกซ์ผกผันและส่งภายในชั่วโมง
8. ครูเฉลยแบบฝึกหัด นักเรียนตรวจแบบแบบฝึกหัด และจดบันทึกด้วยตนเอง
9. ครูแจ้งหัวข้อที่จะเรียนในสัปดาห์ถัดไป
10. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน

### สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นใส เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน
2. อุปกรณ์ในการปฏิบัติกิจกรรม เรื่อง เมทริกซ์ผกผัน
3. แบบฝึกหัดทำขบท
4. แบบทดสอบเรื่อง เมทริกซ์ผกผัน
5. วิธีดีประกอบการสอน

### การบูรณาการเชื่อมโยง

สาระการเรียนรู้	การบูรณาการ	กิจกรรม
เมทริกซ์ผกผัน	- ภาษาไทย - สังคม - คอมพิวเตอร์	- นำเสนอผลงานกลุ่ม - มนุษยสัมพันธ์ในการทำงาน - หาข้อมูลใน Internet

