

แผนการจัดการเรียนรู้

วิชา 3000-1521 คณิตศาสตร์ 2

หน่วยที่ 3 ตัวกำหนด

เรื่อง

- การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า
- การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยอาศัยสมบัติของตัวกำหนด
- การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

เวลาสอน 3 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ในบทนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เรื่อง การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยอาศัยสมบัติของตัวกำหนด และการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

มีความรู้ความเข้าใจเรื่องการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า การหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยอาศัยสมบัติของตัวกำหนด และการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

พุทธิพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถบอกความหมายตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ได้
2. ผู้เรียนสามารถบอกกระบวนการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ได้

ทักษะพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถหาค่าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์ได้

จิตพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถวางหลักการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ได้

เครื่องมือวัดผลตามพุทธิพิสัย (10 คะแนน)

3. บอกความหมายตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ได้ (5 คะแนน)

4. บอกกระบวนการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่าได้ 3(5 คะแนน)

เครื่องมือวัดผลตามทักษะพิสัย (6 คะแนน)

1. หาค่าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธี การกระจายโคแฟกเตอร์ได้ (6 คะแนน)

เครื่องมือวัดผลตามจิตพิสัย (4 คะแนน)

1. วางหลักการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่าได้ (4 คะแนน)

เกณฑ์การวัดผลตามพุทธิพิสัย

การตอบคำถามข้อที่ 1

ถ้าหากเป็นตัวกำหนดอันดับ 1, 2 หรือ 3 สามารถหาค่าของตัวกำหนดเหล่านี้ได้ด้วยวิธีการที่ง่าย ๆ ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว แต่ถ้าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ขึ้นไป คือ เป็นตัวกำหนดอันดับ 4, 5, 6 เรามีวิธีการหาค่าตัวกำหนดอยู่ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 หาค่าตัวกำหนดโดยอาศัยสมบัติของตัวกำหนด

วิธีที่ 2 หาค่าตัวกำหนดโดยอาศัยการกระจายโคแฟกเตอร์

ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้อง ให้ 5 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้หักครึ่งคะแนน

การตอบคำถามข้อที่ 2

ในการหาค่าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 อาจจะใช้สมบัติของตัวกำหนดมาช่วยในการหาค่าตัวกำหนดได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จงหาค่าของ $|A|$ จาก

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

สามารถหาค่าได้โดย

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 0 & -19 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & -1 & 11 \\ 0 & -3 & 0 & -19 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -34 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & -1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (1)(1)(-1)(-1) = 1$$

$$\therefore \det A = |A| = 1$$

ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้อง ให้ 5 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้หักครึ่งคะแนน

เกณฑ์การวัดผลตามทักษะพิสัย

จงหาค่าของ $|A|$ จาก

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ให้เลือกแถวใดแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งมาเพียงหนึ่งแถวหรือหนึ่งหลัก ใน
 ที่นี้จะเลือกแถวที่ 3 เมื่อเลือกได้แล้วให้กำหนดเครื่องหมายให้ให้กับ ไมเนอร์ ของสมาชิกแต่ละตัว
 ขั้นที่ 2 หาโคแฟกเตอร์ของสมาชิกแต่ละตัวในแถวที่เลือกมา ดังนี้

โคแฟกเตอร์ของสมาชิก 2 (a_{31}) คือ $C_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 20$

โคแฟกเตอร์ของสมาชิก 2 (a_{32}) คือ $C_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(-14) = 14$

โคแฟกเตอร์ของสมาชิก 2 (a_{33}) คือ $C_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 11$

โคแฟกเตอร์ของสมาชิก 2 (a_{34}) คือ $C_{34} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -13$

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกในแถวที่เราเลือกคูณกับโคแฟกเตอร์ของมันแล้วนำผลที่ได้บวกกัน ผล
 ที่ได้คือ ค่าของตัวกำหนดที่เราต้องการ

นั่นคือ

$$\begin{aligned} |A| &= (2)C_{31} + (1)C_{32} + (-1)C_{33} + (3)C_{34} \\ &= (2)(20) + (1)(14) + (-1)(11) + (3)(-13) \\ &= 40 + 14 - 11 - 39 = 4 \end{aligned}$$

$$|A| = 4 \quad \text{or} \quad \det A = 4 \quad \underline{\underline{Ans}}$$

ถ้าผู้เรียนตอบคำถามตามแนวทางข้างต้นให้ 5 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้ให้พิจารณาตาม
 เหมาะสม

เกณฑ์การวัดผลตามจิตพิสัย

การตอบคำถาม

- 1) 1 เลือกแถวมา 1 แถว หรือเลือกหลักมา 1 หลัก ในการเลือกแถวหรือหลักพยายามเลือกแถวหรือหลักที่มีสมาชิกเป็นศูนย์
 - 2) กำหนดเครื่องหมายให้กับไมเนอร์ของสมาชิกในแถวหรือหลักที่เลือกมา
 - 3) หาโคแฟกเตอร์ของสมาชิกแต่ละตัวในแถวหรือหลักที่เลือกมา สมาชิกที่เป็นศูนย์ไม่ต้องหาโคแฟกเตอร์
 - 4) นำสมาชิกในแถวหรือหลักที่เลือกมาคูณกับ โคแฟกเตอร์ของมัน
 - 5) นำผลที่ได้ในข้อที่ 4 มาบวกกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าของตัวกำหนดที่เราต้องการ
- ถ้าผู้เรียนตอบคำถามตามแนวทางข้างต้นให้ 2 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้ให้พิจารณาตามเหมาะสม

เนื้อหาสาระ

เราทราบว่าถ้าหากเป็นตัวกำหนดอันดับ 1, 2 หรือ 3 สามารถหาค่าของตัวกำหนดเหล่านี้ได้ด้วยวิธีการที่ง่าย ๆ ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว แต่ถ้าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ขึ้นไป คือ เป็นตัวกำหนดอันดับ 4, 5, 6 ... เรามีวิธีการหาค่าตัวกำหนดอยู่ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 หาค่าตัวกำหนดโดยอาศัยสมบัติของตัวกำหนด

วิธีที่ 2 หาค่าตัวกำหนดโดยอาศัยการกระจายโคแฟกเตอร์

สรุปขั้นตอนในการหาค่าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

- 1) 1 เลือกแถวมา 1 แถว หรือเลือกหลักมา 1 หลัก ในการเลือกแถวหรือหลักพยายามเลือกแถวหรือหลักที่มีสมาชิกเป็นศูนย์
- 2) กำหนดเครื่องหมายให้กับไมเนอร์ของสมาชิกในแถวหรือหลักที่เลือกมา
- 3) หาโคแฟกเตอร์ของสมาชิกแต่ละตัวในแถวหรือหลักที่เลือกมา สมาชิกที่เป็นศูนย์ไม่ต้องหาโคแฟกเตอร์
- 4) นำสมาชิกในแถวหรือหลักที่เลือกมาคูณกับ โคแฟกเตอร์ของมัน
- 5) นำผลที่ได้ในข้อที่ 4 มาบวกกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าของตัวกำหนดที่เราต้องการ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูซักถามนักเรียนเกี่ยวกับบทเรียนที่สัปดาห์ที่ผ่านมา
2. ให้นักเรียนดูวีซีดีประกอบการสอนเรื่องตัวกำหนด
3. ครูสรุปข้อคิดเห็นของนักเรียน และอธิบายเรื่อง ตัวกำหนด

4. ครูซักถามถว้กระบวนการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยสุ่มถามนักเรียน
5. ใช้แผ่นใสแสดงเรื่อง ตัวกำหนดให้นักเรียนศึกษา ทำความเข้าใจ และบันทึกด้วยตนเอง
6. ครูให้นักเรียนหาค่าตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 โดยวิธี การกระจายโคแฟคเตอร์
7. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5 – 6 คน ศึกษาใบงานที่ 4 เรื่องตัวกำหนด ระดมความคิด บันทึก และส่งตัวแทนสรุปหน้าชั้นเรียน
8. ครูให้นักเรียนได้วางหลักการหาค่าของตัวกำหนดที่มีอันดับมากกว่า 3 ลงใน แผ่นกระดาษที่ครูแจกให้
9. ครูเฉลยใบงานที่ 4 และสรุปเนื้อหาที่เรียน
10. นักเรียนตรวจใบงานและบันทึกสรุปด้วยตนเอง
11. ครูแจ้งหัวข้อที่จะเรียนในสัปดาห์ถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นใส เรื่อง ตัวกำหนด
2. เอกสารประกอบการเรียน ใบงานที่ 4 เรื่องตัวกำหนด
3. วิธีดีประกอบการสอน

การบูรณาการเชื่อมโยง

สาระการเรียนรู้	การบูรณาการ	กิจกรรม
ตัวกำหนด	- ภาษาไทย - สังคม	- นำเสนอผลงานกลุ่ม - การทำงานกลุ่ม