

โครงการจัดการเรียนรู้ วิชา 3000-1521 คณิตศาสตร์ 2	
หน่วยที่ 2 เมทริกซ์ เรื่อง <ul style="list-style-type: none"> - เมทริกซ์ - บทนิยามของเมทริกซ์ - จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ - ชนิดของเมทริกซ์ - การเท่ากันของเมทริกซ์ - การคูณเมทริกซ์ - การบวกเมทริกซ์ - เมทริกซ์สลับเปลี่ยน - สมบัติของการสลับเปลี่ยน 	ครั้งที่ 3 จำนวน 3 ชั่วโมง
จุดประสงค์การสอน	รายการสอน
<ol style="list-style-type: none"> 1. มีความรู้ความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ 2. มีความรู้บทนิยามของเมทริกซ์ 3. มีความรู้จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ 4. มีความรู้ชนิดของเมทริกซ์ 5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการเท่ากันของเมทริกซ์ 6. มีความรู้เรื่อง การคูณเมทริกซ์ 7. มีความรู้เรื่อง การบวกเมทริกซ์ 8. มีความรู้เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน 9. มีความรู้เรื่องสมบัติของการสลับเปลี่ยน 10. สามารถนำเอาความรู้ไปบูรณาการใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ 	<ul style="list-style-type: none"> - เมทริกซ์ - บทนิยามของเมทริกซ์ - จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ - ชนิดของเมทริกซ์ - การเท่ากันของเมทริกซ์ - การคูณเมทริกซ์ - การบวกเมทริกซ์ - เมทริกซ์สลับเปลี่ยน - สมบัติของการสลับเปลี่ยน
วิธีการสอน บรรยาย / ถาม-ตอบ	
สื่อการสอน <ol style="list-style-type: none"> 1. แผ่นใสเรื่อง เมทริกซ์ 2. วิธีดีประกอบการสอน 3. ใบงาน ที่ 3 เรื่องเมทริกซ์ 	หนังสืออ้างอิง ศักดา กิ่งไก่อ. คณิตศาสตร์ 2. ศสอ. กรุงเทพฯ

การประเมินผล ทำใบงาน และแบบฝึกหัด ได้เกินร้อยละ50

แผนการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ 2

จำนวน 3 ชั่วโมง/สัปดาห์

หน่วยที่ 2 เมทริกซ์

เรื่อง

- เมทริกซ์
- บทนิยามของเมทริกซ์
- จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์
- ชนิดของเมทริกซ์
- การเท่ากันของเมทริกซ์
- การคูณเมทริกซ์
- การบวกเมทริกซ์
- เมทริกซ์สลับเปลี่ยน
- สมบัติของการสลับเปลี่ยน

เวลาสอน 3 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ในบทนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ บทนิยามของเมทริกซ์ จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ ชนิดของเมทริกซ์ การเท่ากันของเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ เมทริกซ์สลับเปลี่ยน และ สมบัติของการสลับเปลี่ยน

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

มีความรู้ความเข้าใจเรื่องเมทริกซ์ บทนิยามของเมทริกซ์ จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ ชนิดของเมทริกซ์ การเท่ากันของเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ เมทริกซ์สลับเปลี่ยน และ สมบัติของการสลับเปลี่ยนได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

พุทธิพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถอธิบายคำว่าเมทริกซ์ได้
2. ผู้เรียนสามารถบอกบทนิยามของเมทริกซ์ได้
3. ผู้เรียนสามารถบอกความหมายการเท่ากันของเมทริกซ์ ได้
4. ผู้เรียนอธิบายสมบัติของการสลับเปลี่ยนได้

ทักษะพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถ เขียนสรุปใจความสำคัญของเมทริกซ์ในแบบของตนเองได้
2. ผู้เรียนสามารถแบ่งแยกชนิดของเมทริกซ์ได้
3. ผู้เรียนสามารถสรุปใจความสำคัญของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้
4. ผู้เรียนสามารถแก้ไขการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้

จิตพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถอภิปรายเมทริกซ์ได้
2. ผู้เรียนสามารถแนะนำเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้
3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้

เครื่องมือวัดผลตามพุทธิพิสัย (8 คะแนน)

1. อธิบายคำว่าเมทริกซ์ได้(2 คะแนน)
2. บอกบทนิยามของเมทริกซ์(2 คะแนน)
3. บอกความหมายการเท่ากันของเมทริกซ์ ได้ (2 คะแนน)
4. อธิบายสมบัติของการสลับเปลี่ยนได้ (2 คะแนน)

เครื่องมือวัดผลตามทักษะพิสัย (8 คะแนน)

1. เขียนสรุปใจความสำคัญของเมทริกซ์ในแบบของตนเองได้(2 คะแนน)
2. แบ่งแยกชนิดของเมทริกซ์ได้ (2 คะแนน)
3. สรุปใจความสำคัญของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ (2 คะแนน)
4. แก้ไขการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้ (2 คะแนน)

เครื่องมือวัดผลตามจิตพิสัย (4 คะแนน)

1. อภิปรายเมทริกซ์ได้ (2 คะแนน)
2. แนะนำเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้ (1 คะแนน)
3. เปรียบเทียบเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ได้ (1 คะแนน)

เกณฑ์การวัดผลตามพุทธิพิสัย

การตอบคำถามข้อที่ 1

คำว่า Matrix and Matrices นี้ นักศึกษาอาจจะไม่คุ้นเคย แต่แนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องเมทริกซ์นี้ได้มีมานานแล้วมากกว่า 100 ปี ในปี ค.ศ. 1858 นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ อาร์เทอร์ เคย์เลย์ เป็น

ผู้เริ่มนำเอาเครื่องหมายเมทริกซ์มาใช้แสดงระบบสมการเชิงเส้นรูปแบบที่สั้นๆ

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ 9x - 6y + 2z = 0 \end{cases}$$

ส่วนที่มีลักษณะสำคัญที่เป็นลักษณะเฉพาะของระบบสมการนี้ ก็คือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการ และตำแหน่งที่ของสัมประสิทธิ์ทั้งหลายที่สัมพันธ์กัน ถ้านำเอาสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในระบบสมการนี้ มาจัดเรียงให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากข้างล่างนี้

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 9 & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้องให้ 2 คะแนน

การตอบคำถามข้อที่ 2

บทนิยาม คือ การจัดเรียงตัวเลขหรือจำนวนให้อยู่รูปที่เป็นมุมฉาก ซึ่งมี m แถว n หลัก ดังรูปข้างนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ถ้าผู้เรียนตอบคำถามตามแนวทางข้างต้นให้ 2 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้ไม่ให้คะแนน

การตอบคำถามข้อที่ 3

เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ

1. มีมิติหรืออันดับเท่ากัน
2. สมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งที่เดียวกัน มีค่าเท่ากัน

เช่น $A = \begin{bmatrix} (1+1) & \frac{2}{2} \\ (2 \times 3) & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ and $C = (1 \ 1)$ and $D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

จะเห็นว่า $A = B$ เพราะว่า 1 อันดับหรือมิติของเมทริกซ์เท่ากัน ในที่นี้เมทริกซ์ A and B มีอันดับเป็น 2*2 และ (2) สมาชิกของเมทริกซ์ A and B ที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน มีค่าเท่ากันแต่เมทริกซ์ C ไม่เท่ากับกับ D เพราะว่า อันดับของเมทริกซ์ไม่เท่ากัน

ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้องให้ 2 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้หักครึ่งคะแนน

การตอบคำถามข้อที่ 4

ถ้า A เป็น $m \times n$ เมทริกซ์แล้ว $m \times n$ เมทริกซ์ คือ เมทริกซ์ที่ได้จากเมทริกซ์ A โดยการสลับแถว และหลักที่สมนัยกันของเมทริกซ์ A ซึ่งจะเรียก $m \times n$ เมทริกซ์นี้ ว่าเมทริกซ์สลับเปลี่ยน และจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ A' or A^t

เช่น $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

แล้วจะได้ $A' = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ and $B' = [5 \ -3 \ 2]$

ถ้าผู้เรียนตอบคำถามตามแนวทางข้างต้นให้ 2 คะแนน ถ้าตอบนอกเหนือจากนี้ไม่ให้คะแนน

เกณฑ์การวัดผลตามทักษะพิสัย

การตอบคำถามข้อที่ 1

ดูจากที่นักเรียนได้ เขียนสรุปใจความสำคัญเรื่องเมทริกซ์ในแบบของตนเอง (2 คะแนน)

การตอบคำถามข้อที่ 2

ดูจากที่นักเรียนได้ แบ่งแยกชนิดของเมทริกซ์ โดยพิจารณาตามความถูกต้องของเนื้อหา (2 คะแนน)

การตอบคำถามข้อที่ 3

ดูจากการเขียนสรุปใจความสำคัญเรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ส่งภายในชั่วโมง โดยพิจารณาจากความถูกต้อง (2 คะแนน)

การตอบคำถามข้อที่ 4

ดูจากแก้ไขการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ (2 คะแนน)

เช่น การบวกเมทริกซ์

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1+7) & (2+(-2)) \\ (3+(-6)) & (4+4) \\ (5+3) & (6+0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{Ans}} \end{aligned}$$

การคูณเมทริกซ์

$$\begin{aligned} 4A &= 4 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (4)(1) & (4)(2) \\ (4)(4) & (4)(-2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 16 & -8 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{Ans}} \end{aligned}$$

เกณฑ์การวัดผลตามจิตพิสัย

การตอบคำถามข้อที่ 1

ดูจากที่นักเรียนออกมา อภิปราย เรื่อง

เมทริกซ์ศูนย์

รูปแบบทั่วไปของเมทริกซ์ศูนย์ หรือ $0_{m,n}$ หรือ 0

$$0_{m \times n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์แถว

เช่น
$$A = [0 \ 1 \ -2]_{1 \times 3}$$

เมทริกซ์แนวตั้ง

เช่น
$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}_{3 \times 1}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

เมทริกซ์จัตุรัส

เช่น
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 \\ 6 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = [3]$$

เมทริกซ์ทแยงมุมหลักของเมทริกซ์

เช่น
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 4 & 2 & 6 \\ 8 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

และเมทริกซ์สมมาตร เมทริกซ์สเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์เอกลักษณะ เมทริกซ์สามเหลี่ยม
ล่าง เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน หน้าชั้นเรียน (2 คะแนน)

การตอบคำถามข้อที่ 2

ดูจากการแนะนำเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ ในห้องเรียน ดูจากความเข้าใจของผู้
ที่แนะนำและความเข้าใจของผู้ที่ได้รับการแนะนำ (1 คะแนน)

การตอบคำถามข้อที่ 3

ได้จากที่ไปที่นักเรียนทำการเปรียบเทียบเรื่องการคูณเมทริกซ์ การบวกเมทริกซ์ โดยพิจารณา
จากความถูกต้องของเนื้อหา (1 คะแนน)

เนื้อหาสาระ

คำว่า Matrix and Matrices นี้ นักศึกษาอาจจะไม่คุ้นเคย แต่แนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องเมทริกซ์
นี้ได้มีมานานแล้วมากกว่า 100 ปี ในปี ค.ศ. 1858 นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ อาร์เทอร์ เคย์เลย์ เป็น
ผู้เริ่มนำเอาเครื่องหมายเมทริกซ์มาใช้แสดงระบบสมการเชิงเส้นรูปแบบที่สั้นๆ

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ 9x - 6y + 2z = 0 \end{cases}$$

ส่วนที่มีลักษณะสำคัญที่เป็นลักษณะเฉพาะของระบบสมการนี้ ก็คือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการ และตำแหน่งที่ของสัมประสิทธิ์ทั้งหลายที่สัมพันธ์กัน ถ้านำเอาสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในระบบสมการนี้ มาจัดเรียงให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากข้างล่างนี้

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 9 & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

ชนิดของเมทริกซ์ Kinds of Matrix

เมทริกซ์ที่ควรทราบมีดังนี้ เมทริกซ์ศูนย์ เมทริกซ์แถว เมทริกซ์แนวตั้ง เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์ทแยงมุมหลักของเมทริกซ์ เมทริกซ์สมมาตร เมทริกซ์สเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์เอกลักษณ์ เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูให้นักเรียนหาข้อมูลจาก Internet ในหัวข้อ “เมทริกซ์ คืออะไร ”
2. ให้นักเรียนออกแบบวิธีการบังคับการหักเหแบบใหม่ๆ
3. ครูสรุปข้อคิดเห็นของนักเรียน
4. เปิดวีซีดีเรื่องเมทริกซ์ ให้นักเรียนได้ศึกษาและทำความเข้าใจ
5. ครูสรุปข้อคิดเห็นของนักเรียน และอธิบายเรื่องเมทริกซ์
6. ใช้แผ่นใสแสดงเมทริกซ์ บทนิยามของเมทริกซ์ จำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ และ ชนิดของเมทริกซ์
7. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 4 – 5 คน ระดมความคิดเรื่องชนิดของเมทริกซ์แล้วร่วมกันนำเสนอหน้าชั้นเรียน
8. ครูเฉลยใบงาน และสรุปเนื้อหาที่เรียน นักเรียนตรวจใบงานและบันทึกสรุปด้วยตนเอง
9. ครูแจ้งหัวข้อที่จะเรียนในสัปดาห์ถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการเรียน ใบความรู้ที่ 3 เมทริกซ์
2. แผ่นใส เรื่อง เมทริกซ์
3. วิธีดีประกอบการสอน

การบูรณาการเชื่อมโยง

สาระการเรียนรู้	การบูรณาการ	กิจกรรม
เมทริกซ์	<ul style="list-style-type: none">- ภาษาไทย- คอมพิวเตอร์- สังคม	<ul style="list-style-type: none">- นำเสนอผลงานกลุ่ม- หาข้อมูลทาง Internet- การทำงานกลุ่ม