

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รหัสวิชา 3000-1406

วิชา แคลคูลัสพื้นฐาน

หน่วยที่ 4

ชั่วโมงที่ 19-21

ชื่อหน่วย อนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย

แนวคิด

ฟังก์ชันอดิศัย คือ ฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต แต่มีรูปแบบเฉพาะของตนเอง ได้แก่ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันชี้กำลัง และฟังก์ชันลอการิทึม การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัยต่างๆ สามารถหาค่าได้โดยการใช้สูตร ซึ่งมีการพิสูจน์ และการนำไปใช้เรียนกันอย่างละเอียดในแต่ละชนิด

สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันอดิศัย
2. ฟังก์ชันอดิศัยชนิดต่างๆ
3. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกความหมายของฟังก์ชันอดิศัยชนิดต่างๆ ได้
2. คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูต่อเวที

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ทบทวนพูดคุยเรื่องของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบต่างๆ

ขั้นสอน

2. อาจารย์อธิบายสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ทั้ง 6 สูตร และยกตัวอย่างประกอบ 2-3 ข้อ บนกระดานและให้นักศึกษาซักถามได้

1. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$	2. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \cdot \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \cdot \frac{du}{dx}$	4. $\frac{d}{dx} \cot u = -\operatorname{cosec}^2 u \cdot \frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \cdot \tan u \frac{du}{dx}$	6. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} u = -\operatorname{cosec}^2 u \cdot \cot u \frac{du}{dx}$

3. ให้นักศึกษาทำใบงานเพื่อดูความเข้าใจของนักศึกษา
4. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันเฉลย สรุป และอธิบายเพิ่มเติม

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. อาจารย์และนักศึกษาสรุป โดยการถาม - ตอบระหว่างกันในชั้นเรียน และจดลงในสมุดเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในบทเรียน

6. ให้นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1 ส่งตามกำหนด
7. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1 และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อการเรียนการสอน

1. ใบงาน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจใบงานและแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1
3. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล (ภาคผนวก ข)
2. ใบงานและแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน (ภาคผนวก จ)

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. ใบงานและแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.1 ทำถูกต้อง 70% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ
การประเมินตามสภาพจริง

ใบงาน

ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำ

1. กำหนดให้ $y = \cos 5x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

.....
.....
.....

2. กำหนดให้ $y = \tan (2x+5)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

.....
.....
.....

3. กำหนดให้ $y = \sin 8x - \cos 5x + \tan 4x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

.....
.....
.....

4. กำหนดให้ $y = \sqrt{\sin(x^2 + 5)}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

.....
.....
.....

5. กำหนดให้ $y = \tan^2 \sqrt{2x-10}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

.....
.....
.....



เฉลยใบงาน

1. กำหนดให้ $y = \cos 5x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$y = \cos 5x$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \cos 5x$$
$$= -\sin 5x \frac{d5x}{dx}$$
$$= -\sin 5x \left(5 \frac{dx}{dx}\right)$$
$$\frac{dy}{dx} = -5 \sin 5x \quad \text{ตอบ}$$

2. กำหนดให้ $y = \tan (2x+5)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$y = \tan (2x+5)$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \tan (2x+5)$$
$$= \sec^2(2x+5) \frac{d}{dx} (2x+5)$$
$$= \sec^2(2x+5) \left(\frac{d}{dx} (2x+5)\right)$$
$$= 2\sec^2(2x+5) \quad \text{ตอบ}$$

3. กำหนดให้ $y = \sin 8x - \cos 5x + \tan 4x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

จาก $y = \sin 8x - \cos 5x + \tan 4x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\sin 8x - \cos 5x + \tan 4x)$$
$$= \frac{d}{dx} \sin 8x - \frac{d}{dx} \cos 5x + \frac{d}{dx} \tan 4x$$
$$= \cos 8x \frac{d8x}{dx} + \sin 5x \frac{d5x}{dx} + \sec^2 4x \frac{d4x}{dx}$$
$$= 8\cos 8x + 5\sin 5x + 4\sec^2 4x \quad \text{ตอบ}$$

4. กำหนดให้ $y = \sqrt{\sin(x^2 + 5)}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

จาก $y = \sqrt{\sin(x^2 + 5)}$

$$= [\sin(x^2 + 5)]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} [\sin(x^2 + 5)]^{\frac{1}{2}-1} \frac{dy}{dx} \sin(x^2 + 5)$$

$$= \frac{1}{2(\sin(x^2 + 5))^{\frac{1}{2}}} \cdot \left[\sin(x^2 + 5) \frac{d}{dx}(x^2 + 5) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\sin(x^2 + 5)} (x+2)$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{x+2}{2} \right) \sqrt{\sin(x^2 + 5)} \quad \text{ตอบ}$$

5. กำหนดให้ $y = \tan^2 \sqrt{2x-10}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

จาก $y = \tan^2 \sqrt{2x-10}$

จะได้ว่า $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \tan^2 (2x-10)^{\frac{1}{2}}$

$$= 2 \tan^{2-1} (2x-10)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dx} \tan (2x-10)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \tan (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} (2x-10)^{\frac{1}{2}-1} \frac{d}{dx} (2x-10)$$

$$= 2 \tan (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} (2x-10)^{\frac{1}{2}-1} (2)$$

$$= 2 \tan (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 (2x-10)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(2x-10)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \sqrt{2x-10} \cdot 2 \tan \sqrt{2x-10} \cdot \sec^2 \sqrt{2x-10} \quad \text{ตอบ}$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รหัสวิชา 3000-1406

วิชา แคลคูลัสพื้นฐาน

หน่วยที่ 4

ชั่วโมงที่ 22-24

ชื่อหน่วย อนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย (ต่อ)

แนวคิด

ก่อนจะศึกษาถึงการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน (Inverse Trigonometric Function) โดยวิธีการใช้สูตรนั้น นักศึกษาควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันเสียก่อน

ถ้า $x = \sin y$ เป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติแล้ว เราจะกล่าวว่า $y = \arcsin x$ เป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบผกผัน เมื่อ y เป็นมุมใดๆ ที่ \sin ของมันมีค่าเท่ากับ x ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน ในรูปของ $y = \arcsin x$ จะเขียนแทนได้ด้วย $y = \sin^{-1} x$ โดยสัญลักษณ์ -1

ไม่ได้หมายถึง ตัวเลขชี้กำลัง นั่นคือ $\sin^{-1} x \neq (\sin)^{-1} \neq \frac{1}{\sin x}$

$\sin^{-1} x$ อ่านว่า อาร์คไซน์ของ x หรืออินเวอร์สไซน์ของ x

สาระการเรียนรู้

4. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

4. คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันได้
5. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูต่เวที

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ทบทวนพหุคูณเรื่องของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันแบบต่างๆ

ขั้นสอน

2. อาจารย์อธิบายถึงฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันอื่นๆ ในทำนองเดียวกัน และได้สรุปเป็นนิยามได้ดังนี้

บทนิยามของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

1. $y = \arcsin x$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ และ $-1 \leq x \leq 1$

2. $y = \arccos x$ เมื่อ $0 \leq y \leq \pi$ และ $-1 \leq x \leq 1$

3. $y = \arctan x$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ และ $-\infty < x < \infty$

4. $y = \text{arccot } x$ เมื่อ $0 < y < \pi$ และ $-\infty < x < \infty$

5. $y = \text{arcsec } x$ เมื่อ $-\pi \leq y < -\frac{\pi}{2}$ และ $0 \leq y < \frac{\pi}{2}$ และ $|x| \geq 1$

6. $y = \text{arccosec } x$ เมื่อ $-\pi < y \leq -\frac{\pi}{2}$ และ $0 < y \leq \frac{\pi}{2}$ และ $|x| \geq 1$

3. อาจารย์อธิบายตัวอย่างบนกระดานโดยการนำสูตร
หาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

นิยาม

และกฎลูกโซ่มาใช้ในการแก้ปัญหาและ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $y = \arcsin 3x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } y &= \arcsin 3x \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \arcsin 3x \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-(3x)^2}} \frac{d}{dx} 3x \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \left(3 \frac{dx}{dx} \right) \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $y = \operatorname{arccot}(x-1)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } y &= \operatorname{arccot}(x-1) \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \operatorname{arccot}(x-1) \\ &= \frac{-1}{1+(x-1)^2} \frac{d}{dx}(x-1) \\ &= \frac{-1}{1+(x^2-2x+1)} \left(\frac{dx}{dx} - \frac{d1}{dx} \right) \\ &= \frac{-1}{1+x^2-2x+1} \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{-1}{x^2-2x+2} \end{aligned}$$

4. ส่วนตัวอื่นๆ อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันเฉลย สรุป และอธิบาย โดยการถาม - ตอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. นักศึกษาสรุป โดยการถาม ตอบระหว่างกันในชั้นเรียน และจดลงในสมุดเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในบทเรียนและชีวิตประจำวันต่อไป
6. ทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.2
7. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.2 และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อการเรียนการสอน

หนังสือเรียนวิชา แคลคูลัสพื้นฐาน (3000-1406)

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.2
3. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.2
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.2 ทำถูกต้อง 70% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับประเมินตามสภาพจริง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รหัสวิชา 3000-1406

วิชา แคลคูลัสพื้นฐาน

หน่วยที่ 4

ชั่วโมงที่ 25-27

ชื่อหน่วย อนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย (ต่อ)

แนวคิด

จาก $\log_a e$ เปลี่ยนเป็นลอการิทึมฐาน e เราจะได้ว่า

$$\log_a e = \frac{\log_e e}{\log_e a} = \frac{1}{\log_e a}$$

$$\therefore \log_a e = \frac{1}{\ln a} \quad \text{ก็ได้}$$

$$\text{ดังนั้น จากสูตร} \quad \frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u} \cdot \log_a e \cdot \frac{du}{dx}$$

อาจเขียนได้เป็น $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \cdot \frac{du}{dx}$ ก็ได้

สาระการเรียนรู้

5. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมโดยใช้สูตร
6. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลขชี้กำลังโดยใช้สูตร

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

5. คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันชี้กำลังได้
6. คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูทวดเวที

กิจกรรมการเรียนการสอน

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวน นิยามของฟังก์ชันชี้กำลัง

ขั้นสอน

2. อาจารย์ให้นักศึกษาสรุปสูตรและท่องจำสูตรให้ขึ้นใจเพื่อที่จะนำไปใช้ได้อย่างคล่องและแม่นยำ

$$1. \quad \frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx} \quad (\text{เมื่อ } a > 0, a \neq 1) \quad \text{และ}$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$$

$$2. \quad \frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx}$$

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันชี้กำลังจะมีสูตร 2 สูตรที่ใช้กันทั่วไป คือ

$$1. \frac{da^u}{dx} = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$2. \frac{de^u}{dx} = e^u \frac{du}{dx}$$

ถ้านักศึกษาพบโจทย์ในรูปของ $y = [u(x)]^{v(x)}$ อาจสร้างสูตรขึ้นมาใช้เองได้โดยใช้ความรู้เรื่องลอการิทึม และอนุพันธ์ผลคูณของฟังก์ชันเข้ามาช่วยดังนี้ ซึ่งจะเขียนย่อๆ ได้เป็น

$$\frac{d}{dx} u^v = u^{v-1} v \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx}$$

3. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันอธิบาย และทดลองยกตัวอย่างในหนังสือออกมาทำบนกระดาน เมื่อนักศึกษาเข้าใจแล้วให้ทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3 ในหัวข้อที่เป็นอัตนัย
4. จากนั้นอาจารย์อธิบายและถามตอบ กับนักศึกษาเพื่อให้เข้าใจมากขึ้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. อาจารย์และนักศึกษาสรุป โดยการถาม ตอบระหว่างกันในชั้นเรียน และจดลงในสมุดเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในบทเรียน และชีวิตประจำวันต่อไป
6. ทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3 ในหัวข้อที่เป็น ปรนัย และเติมคำ ส่งตามกำหนด
7. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3 และชี้แจงสิ่งที่พบพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อการเรียนการสอน

หนังสือเรียนวิชา แคลคูลัสพื้นฐาน (3000-1406)

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3
3. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4.3 ทำถูกต้อง 70% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพ