	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 2
	ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1.	**สอนครั้งที่** 4
	ชื่อหน่วย ระบบแรง (ต่อ)	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

หัวเรื่อง

2.6 ระบบแรงสองมิติ

2.7 ระบบแรงสามมิติ

2.8 เวกเตอร์ระบุตำแหน่ง

สาระสำคัญ

1. ระบบแรงสองมิติ คือแรงย่อยสองแรง ตามแรงในแนวแกน $\vec{F}_X$ และ $\vec{F}_Y$ ซึ่งตั้งฉากกัน

2. ระบบแรงสามมิติคือแรงย่อยสามแรงตามแรงในแนวแกน $\vec{F}_X$ $\vec{F}_Y$ และ $\vec{F}_Z$ ซึ่งตั้งฉากกัน

3. การหาเวกเตอร์ระบุตำแหน่งคือการหาเวกเตอร์ตำแหน่งระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ซึ่งเขียนสมการในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้ คือ $\vec{r} = \vec{i}X + \vec{j}Y + \vec{k}Z$

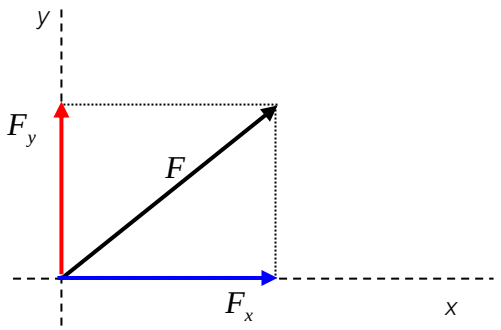
สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณ วิชาชีพ)

1. ผู้เรียนสามารถหาแรงลัพธ์ของระบบแรงสองมิติได้อย่างถูกต้อง
2. ผู้เรียนสามารถหาแรงลัพธ์ของระบบแรงสามมิติได้อย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนสามารถหาเวคเตอร์ระบุตำแหน่งได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาสาระ

2.6 ระบบแรงสองมิติ

แรง $\vec{F}$ สามารถแตกออกเป็นแรงย่อยสองแรง คือ $\vec{F}_X$ และ $\vec{F}_Y$ ซึ่งตั้งฉากกัน



$$F_X = F\text{Cos}\theta$$

$$F_Y = F\text{Sin}\theta$$

$$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_Y{}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{F_Y}{F_X})$$

โดยที่ θ คือมุมที่วัดจากแกนอ้างอิงไปหาแรงกระทำเพราะฉะนั้น θ_X คือมุมที่วัดจากแกน X ไปหาแรง $\vec{F}$ θ_Y คือมุมที่วัดจากแกน Yไปหาแรง $\vec{F}$

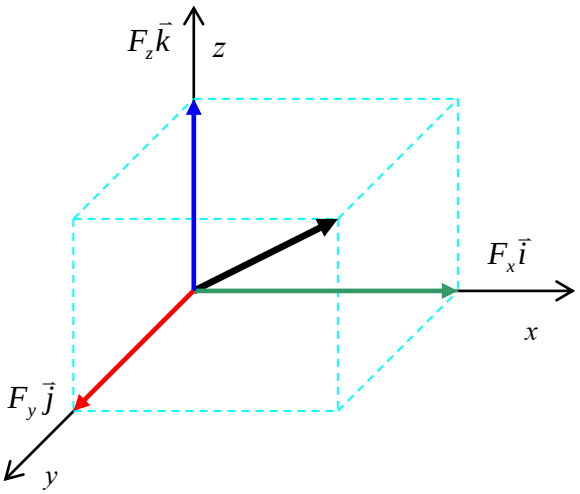
โดยที่ F คือขนาดของแรง $\vec{F}$ แล้ว F_X และ F_Y คือขนาดของแรง $\vec{F}$ ตามลำดับ

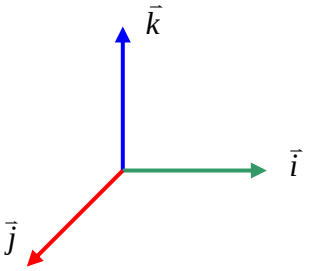
เพราะฉะนั้นเราจึงสามารถเขียนเป็นสมการเวกเตอร์ คือ $\vec{F} = \vec{F}_X + \vec{F}_Y = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

ระบบแรงย่อยหลายแรงบนระนาบ ให้แตกแรงลงบนแกน X และ Y ทั้งหมด เพราะฉะนั้น

$R_X = \sum F_X$ และ $R_Y = \sum F_Y$ ดังนั้น $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$ และ $\theta = \tan^{-1}(\frac{R_Y}{R_X})$

2.7 ระบบแรงสามมิติ





แรงย่อยในแนวตั้งฉากกัน

$$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_Y{}^2 + F_Z{}^2}$$

$$\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j} + F_Z\vec{k}$$

$$\vec{F} = F(\vec{i}\,Cos\theta_X + \vec{j}\,Cos\theta_Y + \vec{k}\,Cos\theta_Z)$$

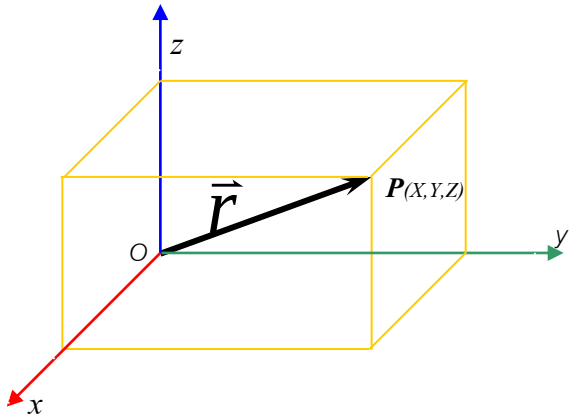
$$Cos^2\theta_X + Cos^2\theta_Y + Cos^2\theta_Z = 1$$

$Cos\theta_X, Cos\theta_Y, Cos\theta_Z$ คือ โคซายน์แสดงทิศทาง (Direction Cosine)

2.8 เวกเตอร์ระบุตำแหน่ง

เวกเตอร์ระบุตำแหน่งสามารถเขียนเป็นสมการในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้ คือ

$$\vec{r} = \vec{i}X + \vec{j}Y + \vec{k}Z$$



โดยที่ $\vec{r}$ คือเวกเตอร์ระบุตำแหน่งจากจุดกำเนิด O ถึงจุด P(X, Y, Z)

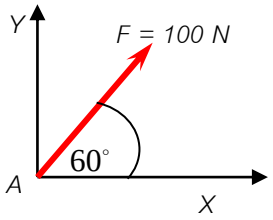
$$|r| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

เมื่อ $|r|$ คือขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}$

การเขียนเวกเตอร์ของแรง (Force Vector)

คือการเขียนขนาดและทิศทางของแรงตามแนวแกนอ้างอิงในรูปของเวกเตอร์

ตัวอย่างที่ 1 วัตถุอยู่ที่จุด A มีแรงขนาด 100 N มากระทำโดยมีทิศทางดังรูป



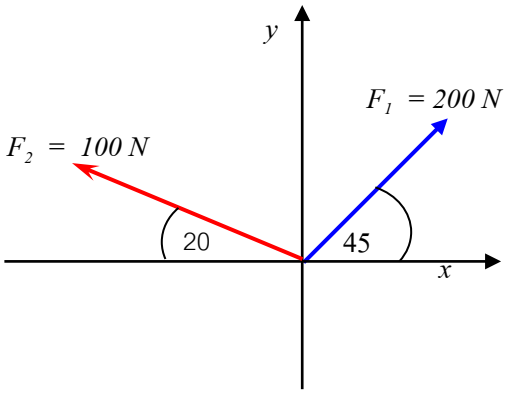
วิธีทำ ตั้งสมการ $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

; $F_X = F\text{Cos}\theta_X = 100\text{Cos}60° = 50\text{N}$

; $F_Y = F\text{Cos}\theta_Y = F\text{Sin}\theta_X = 100\text{Sin}60° = 50\sqrt{3}\text{N}$

$\therefore \vec{F} = 50\vec{i} + 50\sqrt{3}\vec{j}$ N Ans

ตัวอย่างที่ 2. จงเขียนเวกเตอร์ของแรงที่มีขนาดและทิศทาง ตามรูป



วิธีทำ

ตั้งสมการ $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

$F_X = 200\text{Cos}45^\circ - 100\text{Cos}20^\circ$

$= 47.45\text{N}$

$F_Y = 200\text{Sin}45^\circ + 100\text{Sin}20^\circ$

$= 175.62\text{N}$

$\therefore \vec{F} = 47.45\vec{i} + 175.62\vec{j}$ N Ans

หาขนาดของแรงลัพธ์

$R = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}$

$= \sqrt{47.45^2 + 175.62^2}$

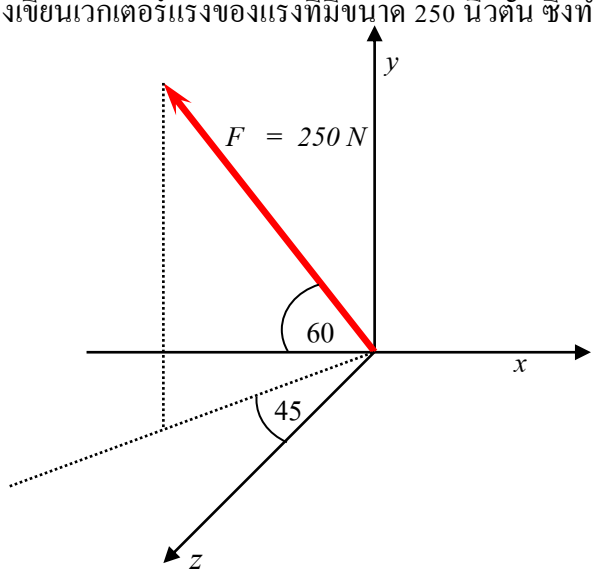
$R = 181.91$ N

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{Fx}{Fy}$

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{175.62}{47.45}$

$\theta = 74.88$

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนเวกเตอร์แรงของแรงที่มีขนาด 250 นิวตัน ซึ่งทำมุมกับแกนปริภูมิดังรูป



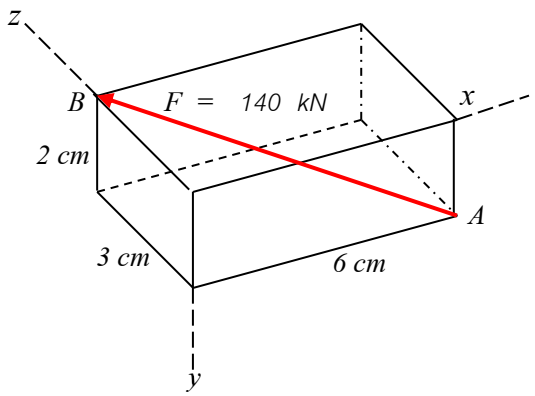
วิธีทำ จงเขียนเวกเตอร์แรงของแรง 250 นิวตัน

ตั้งสมการ

$$\vec{F} = F\cos\theta_X \vec{i} + F\cos\theta_Y \vec{j} + F\cos\theta_Z \vec{k}$$
$$= 250\cos 60°(-\cos 45°)\vec{i} + 250\cos 30°\vec{j} +$$
$$250\cos 60°(\cos 45°)\vec{k}$$
$$\vec{F} = -88.388\vec{i} + 216.506\vec{j} + 88.388\vec{k} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 4. แรง F ที่กระทำตามแนวเส้นทแยงมุมของรูปทรงสี่เหลี่ยมตามรูปมีขนาดเท่ากับ 140 kN จงแสดงแรงใน

F รูปของเวคเตอร์



<u>วิธีทำ</u> หาเวคเตอร์หนึ่งหน่วยของ AB แล้วคูณกับขนาดของแรงคือ 140 kN จะได้แรง F ในรูปของเวคเตอร์

$$\begin{aligned} AB &= OB - OA \\ &= 3k - (6i + 2j) \\ &= -6i - 2j + 3k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |AB| &= \sqrt{(-6i^2) + (-2j^2) + 3^2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

เวคเตอร์หนึ่งหน่วยของ AB คือ

$$\vec{u} = \frac{AB}{|AB|}$$

$$= \frac{1}{7}(-6i - 2j + 3k)$$

$$\vec{F} = F.\vec{u}$$

$$= \frac{140}{7}(-6i - 2j + 3k)$$

$$= -120i - 40j + 60k \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ทดสอบ

1. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเรื่องการแปลงหน่วย การแตกแรง (30 นาที)
2. ผู้สอนเฉลยแบบทดสอบ (10 นาที)

ขั้นนำ

1. ผู้สอนพูดถึงเนื้อหาที่จะสอนในวันนี้เพื่อวัดความเข้าใจพื้นฐานของผู้เรียน (5 นาที)

ขั้นสอน

1. สอนแบบบรรยายหน่วยที่ 2 (ในหัวข้อย่อย 1) (70 นาที)
2. สอนสาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 1 , (20 นาที)
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนถาม (25 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกหัด (10 นาที)

ขั้นสรุป

1. สรุปเนื้อให้ผู้เรียนฟัง (10 นาที)

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนตามหัวข้อ 1 , 2 , 3 และทำรายงานส่ง
2. ให้ทำแบบฝึกหัด
3. ให้ไปศึกษาเรื่องที่จะเรียนสัปดาห์หน้า

สื่อการเรียนการสอน

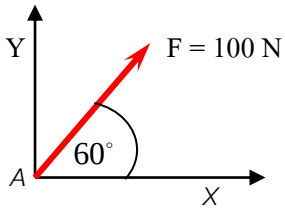
1. เอกสารประกอบการสอนเนื้อหาข้อย่อย 1 ,2 ,3
2. แผ่นใสเนื้อหาข้อย่อย 1 ,2 ,3

การวัดผลและประเมินผล

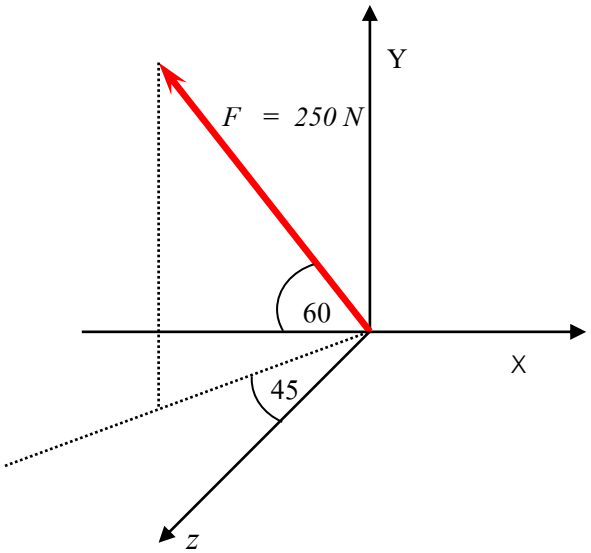
1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ทำแบบทดสอบ

แบบฝึกหัด

1. วัตถุอยู่ที่จุด A มีแรงขนาด 150 N มากระทำโดยมีทิศทางดังรูป

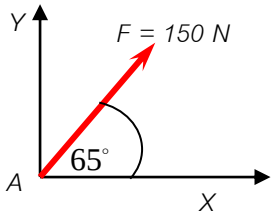


2. จงเขียนเวกเตอร์แรงของแรงที่มีขนาด 300 นิวตัน ซึ่งทำมุมกับแกนปริภูมิดังรูป



เฉลยแบบฝึกหัด

1. วัตถุอยู่ที่จุด A มีแรงขนาด 150 N มากระทำโดยมีทิศทางดังรูป



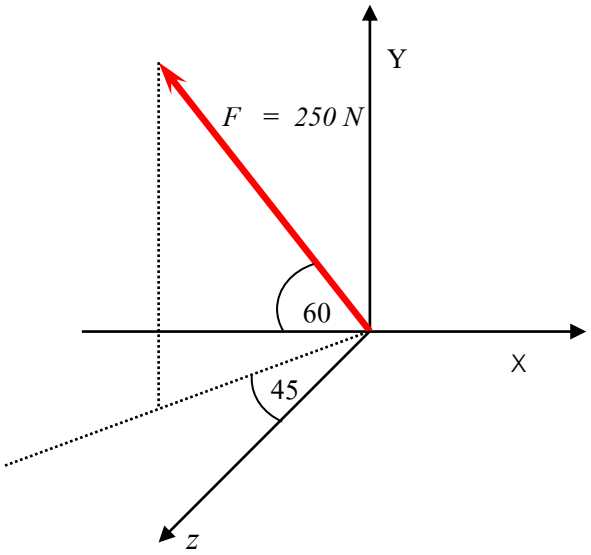
<u>วิธีทำ</u> ตั้งสมการ $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

; $F_X = FCos\theta_X = 150Cos65° = 63.39N$

; $F_Y = FCos\theta_Y = FSin\theta_X = 150Sin65° = 135.94N$

$\therefore \vec{F} = 50\vec{i} + 135.94\vec{j}$ N <u>Ans</u>

2. จงเขียนเวกเตอร์แรงของแรงที่มีขนาด 300 นิวตัน ซึ่งทำมุมกับแกนปริภูมิดังรูป



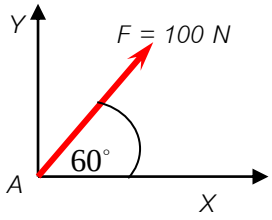
<u>วิธีทำ</u> จงเขียนเวกเตอร์แรงของแรง 250 นิวตัน

ตั้งสมการ

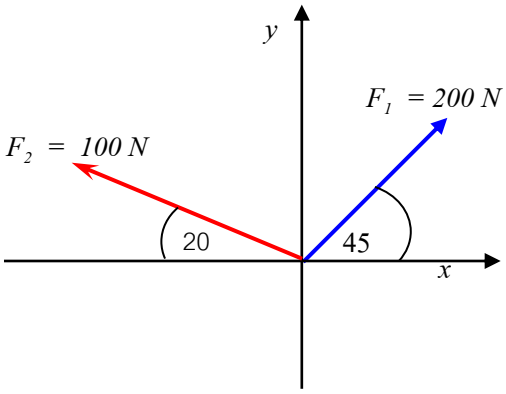
$$\vec{F} = F\text{Cos}\theta_X\vec{i} + F\text{Cos}\theta_Y\vec{j} + F\text{Cos}\theta_Z\vec{k}$$
$$= 300\text{Cos}70°(-\text{Cos}50°)\vec{i} + 300\text{Cos}30°\vec{j} +$$
$$300\text{Cos}70°(\text{Cos}50°)\vec{k}$$
$$\vec{F} = -57\vec{i} + 259.8\vec{j} + 57\vec{k} \quad \underline{\text{Ans}}$$

แบบทดสอบสัปดาห์ที่ 4

1.วัตถุอยู่ที่จุด A มีแรงขนาด 100 N มากระทำโดยมีทิศทางดังรูป

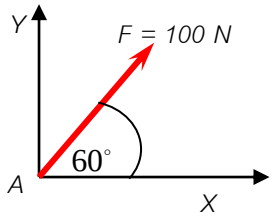


2. จงเขียนเวกเตอร์ของแรงที่มีขนาดและทิศทาง ตามรูป



เฉลยแบบทดสอบสัปดาห์ที่ 4

1.วัตถุอยู่ที่จุด A มีแรงขนาด 100 N มากระทำโดยมีทิศทางดังรูป



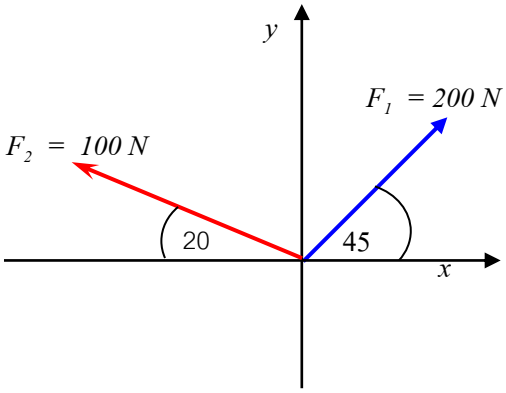
<u>วิธีทำ</u> ตั้งสมการ $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

; $F_X = F\text{Cos}\theta_X = 100\text{Cos}60° = 50\text{N}$

; $F_Y = F\text{Cos}\theta_Y = F\text{Sin}\theta_X = 100\text{Sin}60° = 50\sqrt{3}\text{N}$

$\therefore \vec{F} = 50\vec{i} + 50\sqrt{3}\vec{j}$ N <u>Ans</u>

2. จงเขียนเวกเตอร์ของแรงที่มีขนาดและทิศทาง ตามรูป



<u>วิธีทำ</u>

ตั้งสมการ $\vec{F} = F_X\vec{i} + F_Y\vec{j}$

$F_X = 200\text{Cos}45^\circ - 100\text{Cos}20^\circ$

$= 47.45\text{N}$

$F_Y = 200\text{Sin}45^\circ + 100\text{Sin}20^\circ$

$= 175.62\text{N}$

$\therefore \vec{F} = 47.45\vec{i} + 175.62\vec{j}$ N <u>Ans</u>

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

……

……

……

……