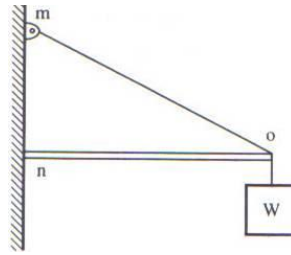
	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 4
	ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1.	สอนครั้งที่ 8
	ชื่อหน่วย สมดุลของวัตถุ (ต่อ)	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>หัวเรื่อง</p> <p>4.3 แผนภาพอิสระของวัตถุ</p> <p>4.4 การแยกระบบอิสระ</p> <p>สาระสำคัญ</p> <p>1. แผนภาพอิสระของวัตถุ (Free Body Diagram) คือ แผนภาพที่แสดงให้เห็นว่ามีแรงที่ แรงและแรงอะไรบ้างที่กระทำต่อวัตถุ</p> <p>2. การแยกระบบอิสระเป็นการแยกแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ จุดเชื่อมต่อและชิ้นส่วนต่างๆ ของวัตถุที่ถูกตัดแยกออกมาพิจารณา</p> <p>สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณ วิชาชีพ)</p> <p>1. ผู้เรียนสามารถเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของการสมดุลสองมิติได้อย่างถูกต้อง</p> <p>2. ผู้เรียนสามารถบอกแยกแผนภาพของระบบอิสระได้อย่างถูกต้อง</p>		

เนื้อหาสาระ

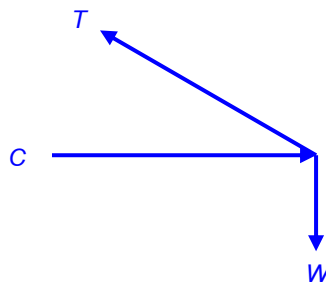
4.3 แผนภาพอิสระของวัตถุ (Free Body Diagram)

ในการวิเคราะห์ระบบแรงในชิ้นส่วนโครงสร้างต่างๆ การที่จะมองภาพในส่วนที่เป็นแรงนั้นค่อนข้างที่จะยุ่งยากและสับสนพอสมควร ดังนั้นเมื่อต้องวิเคราะห์แรงในชิ้นส่วนโครงสร้างของวัตถุใดๆ แล้ว เราจะพิจารณาให้วัตถุชิ้นนั้นอยู่แยกเป็นอิสระจากวัตถุอื่น โดยการเขียนแผนภาพอิสระ (Free Body Diagram: F.B.D.) เช่นตัวอย่างในรูปที่ 3.1



(ก) ตัวอย่างโครงสร้างที่จะวิเคราะห์

เขียน (F.B.D.) ได้ดังนี้



(ข) แผนภาพอิสระ

รูปที่ 1 การเขียนแผนภาพอิสระ

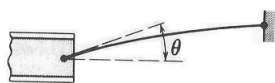
4.4 การแยกระบบอิสระ

ระบบทางกล ซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วนต่าง ๆ สามารถแยกออกจากกันเป็นอิสระได้ ชิ้นส่วนที่แยกออกมาเรียกว่า รูปวัตถุอิสระ (Free Body Diagram) ซึ่งรูปวัตถุอิสระที่แยกออกมาจะต้องรับแรงเท่ากับขณะที่อยู่ในระบบทางกล

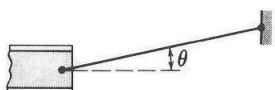
การใช้วัตถุอิสระจะช่วยให้การแก้ปัญหาด้านกลศาสตร์สะดวกขึ้น เพราะสามารถพิจารณาเฉพาะชิ้นส่วนที่สนใจได้ การเขียนรูปวัตถุอิสระจะเขียนเฉพาะสิ่งที่พิจารณาแล้วแทน

1. เคนเปิดอ่อน สายพาน โข่หรือเชือก

ไม่คิดมวลเคนเปิด



คิดมวลเคนเปิด



แรงที่กระทำโดยเคนเปิดอ่อนจะเป็นแรงดึงและมีทิศทางออกจากวัตถุในแนวเดียวกันกับเคนเปิด

2. ผิวสัมผัสเรียบ



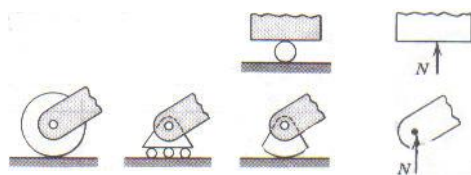
แรงสัมผัสเป็นแรงกดและตั้งฉากกับผิวสัมผัส

3. ผิวสัมผัสหยาบ



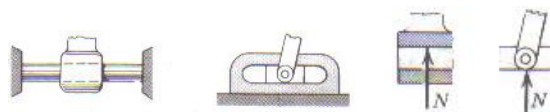
ผิวสัมผัสหยาบจะมีแรงเสียดทาน F และแรงตั้งฉาก N แรงทั้งสองรวมกันเป็นแรงสัมผัสลัพธ์ R

4. ฐานรับแบบลูกกลิ้ง



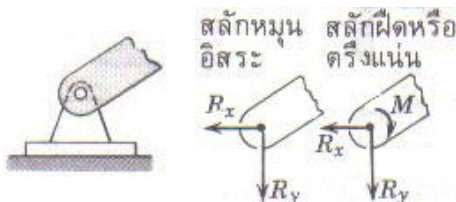
แรงที่กระทำกับฐานรับแบบลูกกลิ้งเป็นแรงกดในแนวตั้งฉากกับผิวของฐานรับ

5. รางเลื่อนอิสระ



ปลอกหรือตัวเลื่อนที่ตามรางเรียบอย่างอิสระและรับแรงตั้งฉากเท่านั้น

6. ข้อต่อสลัก

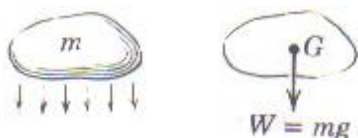


สลักที่หมุนได้อย่างอิสระจะรับแรงในแนวตั้งฉากกับแกนสลัก สลักฝืดหรือตรึงแน่นจะรับแรงคู่ควบเพิ่มขึ้นด้วย

7. ฐานรับแบบฝังแน่น

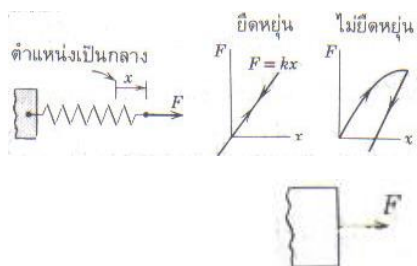
ฐานรับแบบฝังแน่นจะรับแรงตามแนวแกน (F) และแรงเฉือน (V) และแรงคู่ควบ (M)

8. แรงแโน้มถ่วงของโลก



แรงแโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อมวล m คือ $W = mg$ โดยกระทำผ่านจุด G ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางมวล

9. แรงแสปริง



แรงแสปริงจะเป็นแรงดึงเมื่อสปริงถูกยืด และจะเป็นแรงกดเมื่อสปริงถูกกดสำหรับสปริงยืดหยุ่นเชิงเส้นค่าความแข็งตึง k คือแรงที่ทำให้ สปริงยืดออกหรือหดเข้าเป็นระยะหนึ่งหน่วย

ภาวะการสมดุล

สภาวะการสมดุลคือการที่แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า ในระบบแรงทั่วไปอาจลดลงเหลือเพียงแรงลัพธ์หนึ่งแรงและโมเมนต์ ดังนั้นสมการที่แสดงถึงการสมดุลของวัตถุคือ $\sum \vec{F} = 0$; $\sum \vec{M} = 0$

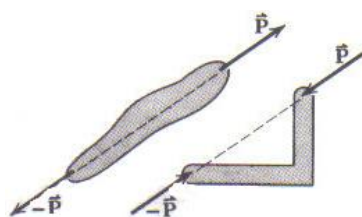
ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการที่จะใช้ในการคำนวณได้ 6 สมการคือ

$$\sum F_x = 0 \quad ; \quad \sum M_x = 0$$

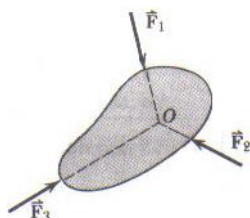
$$\sum F_y = 0 \quad ; \quad \sum M_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad ; \quad \sum M_z = 0$$

สภาวะการสมดุลที่มักจะพบบ่อยครั้งมีอยู่ 2 แบบ แบบแรกคือ การสมดุลของวัตถุภายใต้แรงสองแรง ซึ่งจะเห็นได้ว่าแรงทั้งสองจะต้องมีขนาดเท่ากันอยู่ในแนวเดียวกัน และทิศทางตรงข้ามดังรูป 3.2 (ก)



(ก) การสมดุลของแรงสองแรง



(ข) การสมดุลของแรงสามแรง

รูปที่ 2 การสมดุลของวัตถุ

แบบที่สองคือการสมดุลของวัตถุภายใต้แรงสามแรง ซึ่งแรงทั้งสามต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน และแนวแรงทั้งสามต้องตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง ดังรูป 3.2 (ข)

โดยทั่วไปมักจะวิเคราะห์การสมดุลในระนาบ ดังนั้นสมการที่ใช้จึงลดรูปเหลือเพียง

$\sum F_x = 0 \quad ; \quad \sum F_y = 0 \quad ; \quad \sum M_o = 0$ เมื่อ $\sum M_o$ คือ $\sum M_z$ เป็นผลรวมของโมเมนต์ของแรงที่กระทำกับวัตถุรอบแกนที่ขนานกับทิศทาง Z และผ่านจุด O ใดๆที่อยู่บนวัตถุบนระนาบ x-y

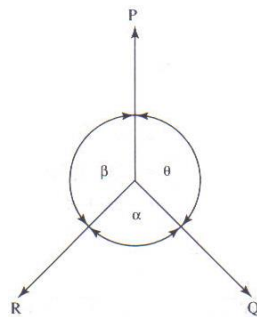
วิธีการแก้ปัญหา

1. เขียนรูปวัตถุอิสระ (Free Body Diagram หรือ FBD) ของชิ้นส่วนพร้อมทั้งแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุอิสระ
2. กำหนดระบบแกน x-y-z และทิศทางบวกตามความเหมาะสม
3. ใช้สมการ $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$
4. แก้สมการหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าตามต้องการ

ทฤษฎีการสมดุลของแรง (Equilibrium of Force Theory)

1. ทฤษฎีของลามิ (Lami's Theory)

ในกรณีที่มีแรงสามแรงมากระทำร่วมกัน ณ จุดหนึ่งๆ และอยู่ในระนาบเดียวกัน แล้วทำให้จุดๆ นั้นอยู่ในสภาวะสมดุล ดังแสดงในรูป 3.3 อัตราส่วนของแรงต่อค่า sin ของมุมตรงกันข้าม จะมีค่าเป็นปฏิภาคต่อกัน

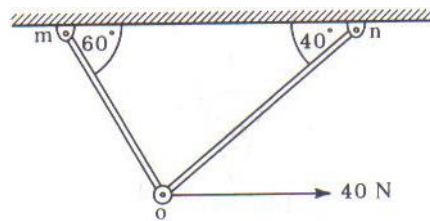


รูปที่ 2 แรงสามมิติที่มากระทำร่วมกัน

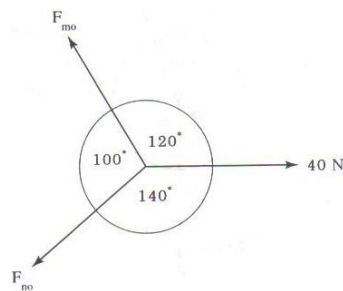
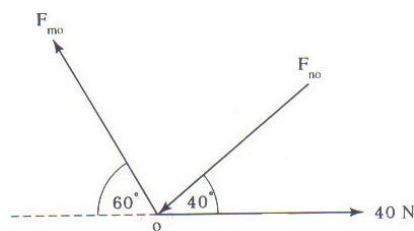
ตามทฤษฎีของลามิ จะได้ว่า

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \theta}$$

ตัวอย่างที่ 1. โครงสร้าง mon มีแรง 40 N กระทำดังรูป จงคำนวณหาแรงในชิ้นส่วน mo และ no



วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระ (F.B.D.) ได้ดังรูป(ก)และเพื่อความสะดวกในการใช้ทฤษฎีของลาไมสามารถเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุได้ใหม่ตามรูป(ข)



จากทฤษฎีของลาไม จะได้ว่า

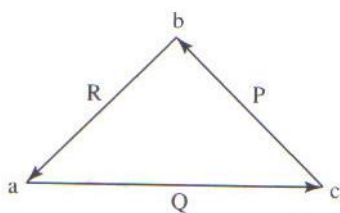
$$\frac{F_{mo}}{\sin 140^\circ} = \frac{F_{no}}{\sin 120^\circ} = \frac{40 \text{ N}}{\sin 100^\circ}$$

$$\begin{aligned} F_{mo} &= \frac{(40 \text{ N})(\sin 140^\circ)}{\sin 100^\circ} \\ &= 26.108 \text{ N (Tension)} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{no} &= \frac{(40 \text{ N})(\sin 140^\circ)}{\sin 100^\circ} \\ &= 35.175 \text{ N (Compression)} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}} \end{aligned}$$

2. ทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรง (Triangle of Force Theory)

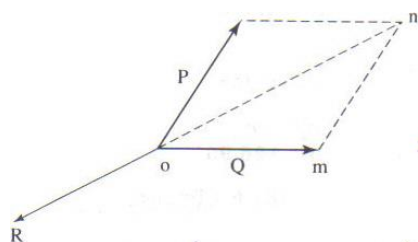
ในกรณีที่แรงสามแรงมากระทำร่วมกัน ณ จุดๆ หนึ่ง และอยู่ในระนาบเดียวกันแล้วทำให้จุดๆ นั้นอยู่ในสภาวะสมดุล ถ้าหากเขียนเวกเตอร์ของแรงต่อกันเหมือนการหาแรงโดยวิธีการฟิสิก จะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ปิดสนิท อันแสดงถึงสภาวะสมดุล เราเรียกรูปสามเหลี่ยมที่ปิดสนิทนี้ว่า รูปสามเหลี่ยมของแรง (Triangle of Force ดังแสดงในรูปที่ 4



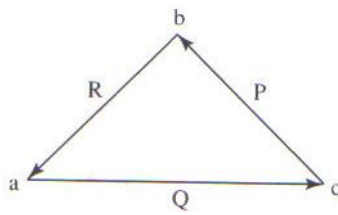
รูปสามเหลี่ยมของแรง
รูปที่ 4 สามเหลี่ยมของแรง

การวิเคราะห์หาแรงโดยทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรง ในส่วนของการวิเคราะห์แรงโดยทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรงนี้ สามารถกระทำได้ 2 ลักษณะ ดังต่อไปนี้

1. พิจารณาความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมของแรง ซึ่งเป็นปฏิกภาคโดยตรงกับขนาดของแรง ซึ่งมีสัดส่วนคล้ายกัน ดังแสดงในรูป .5



รูปที่ 5



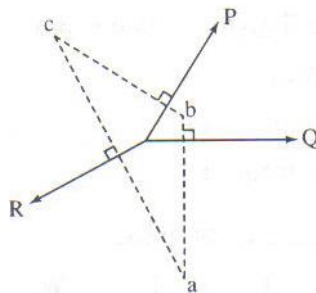
จากรูปที่ 5 พบว่า สามเหลี่ยม omn คล้ายกับสามเหลี่ยม abc จึงกล่าวได้ว่า

$$\frac{om}{ab} = \frac{mn}{bc} = \frac{no}{ca}$$

หรืออาจจะกล่าวอีกได้ว่า

$$\frac{Q}{ab} = \frac{P}{bc} = \frac{R}{ca}$$

2. พิจารณาความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมของแรง ที่อยู่ในลำดับเดียวกันของแรงนั้น จะตั้งฉากกับแรงทั้งสาม ดังแสดงในรูป 3.6



รูปที่ 6 แนวตั้งฉากของแรง

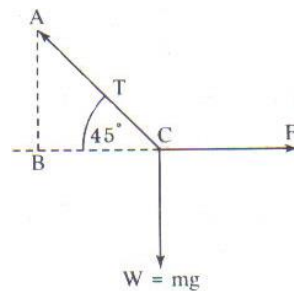
จากรูป 3.6 จึงกล่าวได้ว่า

$$\frac{Q}{ab} = \frac{P}{bc} = \frac{R}{ca}$$

ปกติแล้วการใช้ทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรง จะใช้กับวิธีการวิเคราะห์แรงด้วยวิธีการฝึก แต่ก็สามารถประยุกต์มาใช้กับวิธีพีชคณิตได้เช่นเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 2. มวล 100 kg แขนงด้วยสลิงผูกติดกำแพง ณ จุด A จนสลิงทำมุม 45° กับแนวตั้ง
ดังรูป จงคำนวณหาแรงดึง F และแรงดึงในลวดสลิง T

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระ(F.B.D.)ของวัตถุได้ดังนี้



จากแผนภาพอิสระมี สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมของแรง โดยที่

ด้าน AB แทนแรง W

ด้าน BC แทนแรง F

ด้าน CA แทนแรง T

จากทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรง จะได้ว่า

$$\frac{T}{CA} = \frac{F}{BC} = \frac{W}{AB}$$

แรงดึงในลวดสลิง

$$\begin{aligned} T &= \frac{W \cdot CA}{AB} \left\{ \sin 45^\circ = \frac{AB}{CA} \right\} \\ &= \frac{(100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\sin 45^\circ} \\ &= 1387.344 \text{ N (Tension)} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}} \end{aligned}$$

แรงดึง

$$\begin{aligned} F &= \frac{W \cdot BC}{AB} \left\{ \tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} \right\} \\ &= \frac{(100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\tan 45^\circ} \\ &= 981.00 \text{ N (Tension)} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}} \end{aligned}$$

3. ทฤษฎีแรงสมดุล (Equilibrium Force's Theory)

เป็นทฤษฎีที่ค่อนข้างง่ายและได้รับความนิยมในการนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาแรงในวัตถุโดยอาศัยการแตกแรง รวมแรง และหาแรงลัพธ์ โดยมีเงื่อนไขในการสมดุลเช่นดังต่อไปนี้ คือ

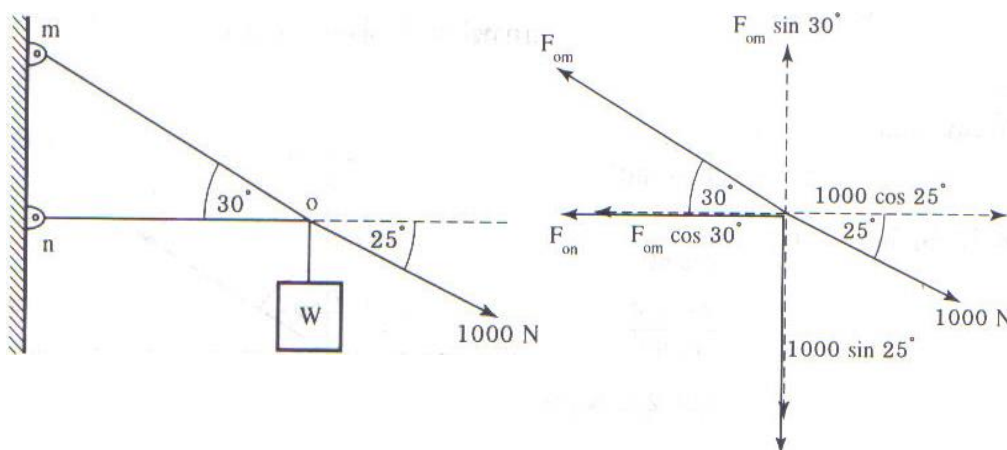
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M = 0$$

ตัวอย่างที่ 3.3 จงคำนวณหาแรงดึงในเส้นเชือกทั้งสอง โดยมีมวล 65 kg แขนงอยู่ ณ จุด o และมีแรงดึงขนาด 1000 N กระทำดังรูป



วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของวัตถุได้ดังนี้

รวมแรงในแนวแกน y $\sum F_y = 0$

$$F_{om} \sin 30^\circ = W + 1000 \text{ N} \sin 25^\circ$$

$$\therefore F_{om} = \frac{(65 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) + (1000 \text{ N})(\sin 25^\circ)}{\sin 30^\circ}$$

$$= 2120.573 \text{ N}$$

$$= 2.121 \text{ kN (Tension) } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

รวมแรงในแนวแกน x $\sum F_x = 0$

$$1000 \text{ N} \cos 30^\circ = F_{on} + F_{om} \cos 30^\circ$$

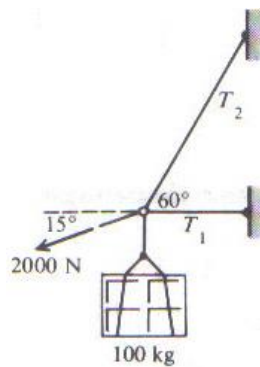
$$\therefore F_{on} = 1000 \text{ N} \cos 25^\circ - F_{om} \cos 30^\circ$$

$$= 1000 \text{ N} \cos 25^\circ - 2121 \text{ N} \cos 30^\circ$$

$$= -930.532 \text{ N}$$

$$= 930.532 \text{ N (Compression) } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

ตัวอย่างที่ 3. จงคำนวณหาขนาดของแรงดึง T_1 และ T_2 ในสายเคเบิลซึ่งผูกติดกับลั้งซึ่งมีมวล 100 kg



วิธีทำ ใช้สมการสมดุลแรงคือ $\sum F = 0$

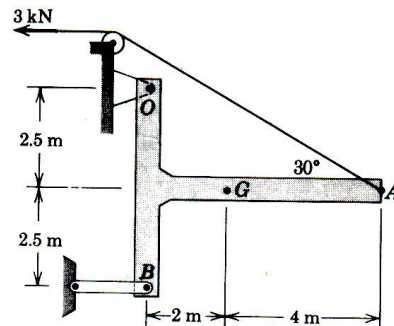
$$\sum F_y = 0 ;$$

$$T_2 \sin 60^\circ - 981 - 2000 \sin 15^\circ = 0 \quad T_2 = 1730 \text{ N} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

$$\sum F_x = 0 ;$$

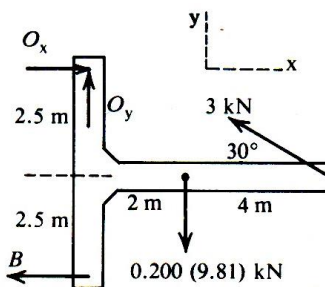
$$T_1 + 1730 \cos 60^\circ - 2000 \cos 15^\circ = 0 \quad T_1 = 1067 \text{ N} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

ตัวอย่างที่ 4. โครงรูปตัวที่มีมวล 200 kg และมีจุดศูนย์กลางมวลที่ G จงคำนวณหาแรงทั้งหมดที่จุด O หลังจากออกแรงดึงขนาด 3 kN ต่อสายเคเบิล



วิธีทำ

เขียนผังวัตถุอิสระ (F.B.D.)



ใช้สมการสมดุลหาค่าต่างๆ ดังนี้

$$\sum M_B = 0 ;$$

$$5O_x + 200(9.81)(2) - 3\cos 30^\circ(2.5) - 3\sin 30^\circ(6) = 0$$

$$O_x = 2.31 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 ;$$

$$O_y + 3\sin 30^\circ - 0.200(9.81) = 0$$

$$O_y = 0.462 \text{ kN}$$

$$O = \sqrt{2.31^2 + 0.462^2} = 2.36 \text{ kN} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ทดสอบ

1. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเรื่องสมมูล 2 มิติ เงื่อนไขการสมมูล 2 มิติตำแหน่ง (30 นาที)
2. ผู้สอนเฉลยแบบทดสอบ (10 นาที)

ขั้นนำ

1. ผู้สอนพูดถึงหัวข้อในการสอนและเนื้อหาเรื่อง แผนภาพอิสระของวัตถุ การแยกระบบอิสระ (10 นาที)

ขั้นสอน

1. สอนแบบบรรยายในหน่วยที่ 4 (ในหัวข้อย่อย 1 , 2) (70 นาที)
2. สอนสาริตหลักการคำนวณตัวอย่างที่ 1 , 2 (20 นาที)
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเปิด โอกาสให้ผู้เรียนเรียนถาม (25 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกหัด (10 นาที)

ขั้นสรุป

1. สรุปเนื้อหาให้ผู้เรียนฟัง (10 นาที)

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนตามหัวข้อ 1, 2, และทำรายงานส่ง
2. ให้ทำแบบฝึกหัด
3. ให้ไปดูเนื้อหาที่จะเรียนสัปดาห์หน้า

สื่อการเรียนการสอน

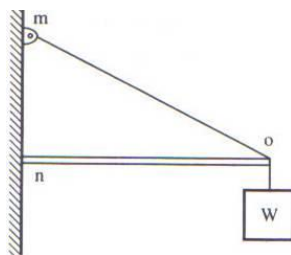
1. เอกสารประกอบการสอนเนื้อหาข้อย่อย 1, 2,
2. แผ่นใสเนื้อหาข้อย่อย 1, 2,

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ทำแบบทดสอบ

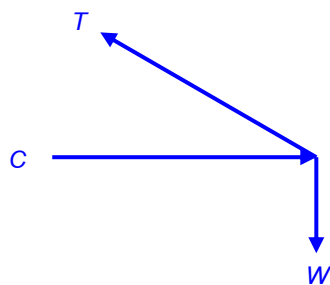
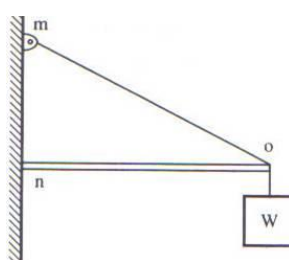
แบบฝึกหัด

1. จงเขียนแผนภาพอิสระดังรูป



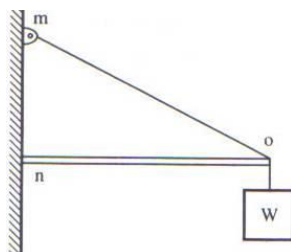
เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงเขียนแผนภาพอิสระดังรูป



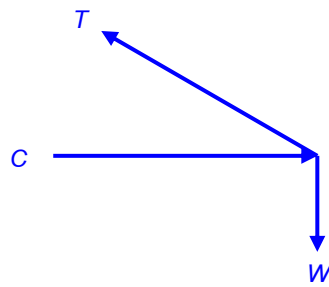
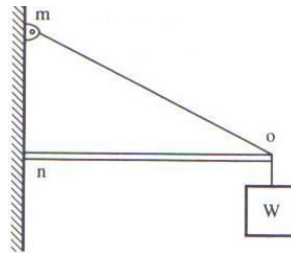
แบบทดสอบสัปดาห์ที่ 8

1. จงเขียนแผนภาพอิสระดังรูป



เฉลยแบบทดสอบสัปดาห์ที่ 8

1. จงเขียนแผนภาพอิสระดังรูป



บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของคุณ.....

.....

.....

.....

.....

.....