| | แผนการจัดการเรียนรู้ | หน่วยที่ 5 |
|---|---|---|
| | **ชื่อวิชา** กลศาสตร์วิศวกรรม 1 | **สอนครั้งที่** 12 |
| | **ชื่อหน่วย** โครงสร้าง ( ต่อ ) | **จำนวน 3 ชั่วโมง** |

**หัวเรื่อง**

5.5 แรงภายในของโครงสร้าง

5.6 คาน (Beam)

**สาระสำคัญ**

1. แรงภายในของโครงสร้างคือแรงภายในเกิดขึ้นในวัตถุเพื่อต้านกับแรงภายนอกที่มากระทำเสมอ และเรายังสามารถใช้สมการสมดุลทางสถิติศาสตร์ $\sum F = 0$ และ $\sum M = 0$ มาหาค่าแรงภายในได้ โดยพิจารณาเฉพาะแรงภายนอกและแรงภายในที่เกี่ยวข้อง

2. คาน เป็น ส่วนของโครงสร้างที่มีความยาวค่อนข้างมาก เมื่อเทียบมิติทางด้านข้าง (ด้านกว้างหรือด้านยาวของหน้าตัด) ทำหน้าที่รับแรงตามขวาง (ตั้งฉากกับแนวแกนของคาน) หรือโมเมนต์ของแรงคู่ควบอยู่ในระนาบเดียวกัน

**สมรรถนะที่พึงประสงค์ ( ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณ วิชาชีพ )**

1. ผู้เรียนสามารถเขียนแรงภายในโครงสร้างแบบต่างๆได้อย่างถูกต้อง
2. ผู้เรียนสามารถคำนวณหาแรงภายในโครงสร้างได้อย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนสามารถแยกชนิดของคานได้อย่างถูกต้อง

**เนื้อหาสาระ**

**5.5 แรงภายใน (Internal Forces)**

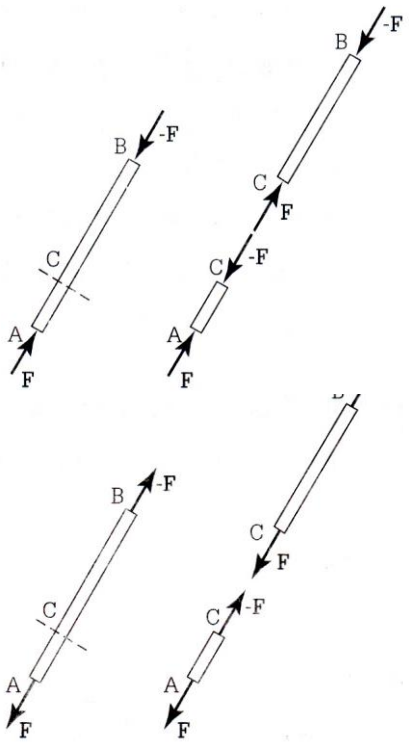
เมื่อวัตถุหรือโครงสร้างรับแรงภายนอก และอยู่ที่สภาวะสมดุล เนื่องจากมีแรงจากฐานรองรับหรือจุดยึดต่างๆมาต้านไว้ เราสามารถใช้สมการสมดุลทางสถิติศาสตร์ คือ $\sum F = 0$ และ $\sum M = 0$ เพื่อหาค่าแรงต่างๆ ได้ ขณะเดียวกันจะมีแรงภายในของวัตถุหรือส่วนต่างๆ ของโครงสร้างเกิดขึ้นเพื่อต้านกับแรงภายนอกที่มากระทำเสมอ และเรายังสามารถใช้สมการสมดุลทางสถิติศาสตร์ $\sum F = 0$ และ $\sum M = 0$ มาหาค่าแรงภายในได้ โดยพิจารณาเฉพาะแรงภายนอกและแรงภายในที่เกี่ยวข้อง

**แรงภายในของโครงสร้าง**

โครงสร้างอาจประกอบด้วยชิ้นส่วนที่ประกอบกันขึ้นแตกต่างกัน แรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงสร้างต่างชนิดกัน อาจแบ่งออกเป็นดังนี้

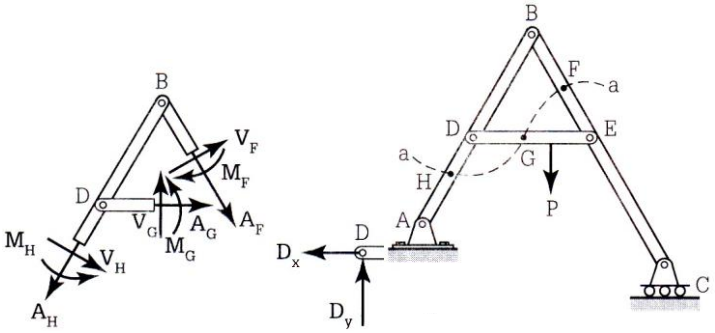
**แรงภายในของท่อนวัสดุตรงสองแรง**

ชิ้นส่วนในโครงข้อหมุนซึ่งเป็นท่อนวัสดุตรง และในท่อนวัสดุสองแรง (Straight two force member) ทั้งหมด ดังนั้นแรงภายในจะเป็นแรงในแนวแกนหรือแรงตั้งฉากกับหน้าตัด (axial or normal force) ทั้งหมด นั่นคือแรงภายในจะเป็นแรงดึง หรือแรงอัดอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ดังรูป



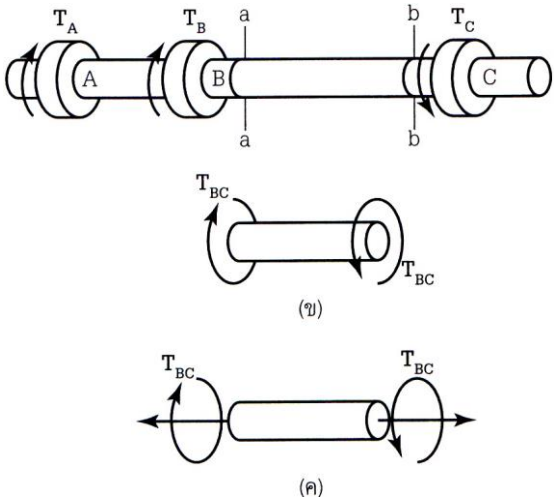
**แรงภายในของท่อนวัสดุรับหลายแรง**

ชิ้นส่วนในโครงกรอบหรือเครื่องจักรกล จะเป็นชิ้นส่วนที่รับหลายแรง (Multi – force member) ถึงแม้ว่าอาจมีบางชิ้นส่วนเป็นชิ้นส่วนรับแรงที่เป็นท่อนตรงและไม่ตรงก็ตาม แรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนจะมีทั้งแรงในแนวแกน แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด ดังรูป



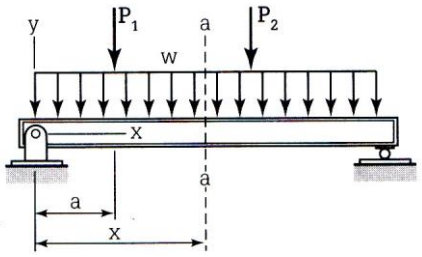

**แรงภายในของเพลา**

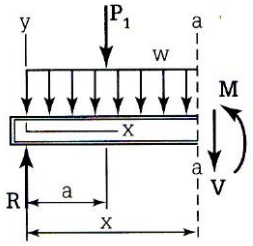
เพลา (Shaft) เป็นท่อนวัสดุที่รับโมเมนต์บิด หรือทอร์ค (Twisting moment of Torque) จะมีแรงภายในต้านเป็นโมเมนต์บิด ดังรูป



**แรงภายในของคาน**

คาน (beam) เป็นท่อนวัสดุที่ซึ่งรับแรงในแนวขวาง (หรือในแนวตั้งฉากกับแนวแกนของคาน) และโมเมนต์ที่อยู่ในระนาบเดียวกัน แรงภายในของคานจะมีเพียงแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดเท่านั้นดังรูป




**<u>ตัวอย่างที่</u> 1.** จงหาแรงภายใน ณ จุด P และQ ของ โครงกรอบดังรูป

**<u>วิธีทำ</u>** จากการตรวจสอบพบว่า BD เป็นท่อนวัสดุสองแรง ดังนั้น แรงใน BD เป็นแรงในแนวแกนเท่านั้น เขียนผังวัตถุอิสระของทั้งระบบดังรูป (ก)

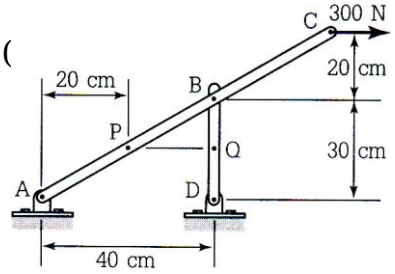
$$\sum M_A = 0,\ 40\ D_y\ -($$

$$D_y = 375\ N\uparrow$$

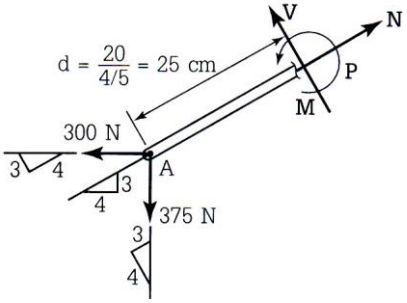
$$\sum F_y = 0,\ D_y - A_y$$

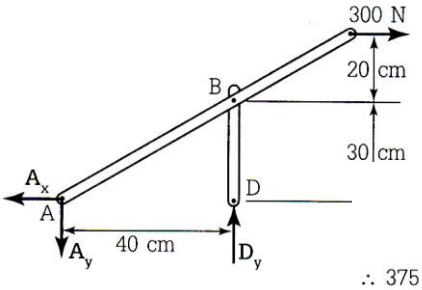
$$A_y = 375\ N\downarrow$$

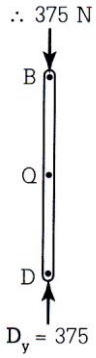
$$\sum F_x = 0,\ A_x = 300\,N\leftarrow$$

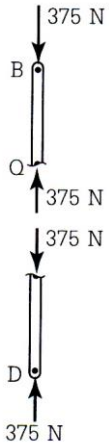


พิจารณาผังวัตถุอิสระของ DQ ( หรือ BQ ) ดังรูป (ข)




$\sum F_y = 0,\ F_{BD} - 375 = 0$

$F_{BD} = 375\ N$ ( แรงอัด )

พิจารณาผังวัตถุอิสระของ AP ดังรูป (ค)

$\sum F$ ในแนว $AP = 0,\ N - 300\left(\frac{4}{5}\right) - 375\left(\frac{3}{5}\right) = 0$

$N = 465\ N$ ( แรงดึง )

$\sum F$ ในแนวตั้งฉากกับ $AP = 0,\ V + 300\left(\frac{3}{5}\right) - 375\left(\frac{4}{5}\right) = 0$

$V = 120\,N$

$\sum M_P = 0,\ M + 375\left(\frac{4}{5}\right)(25) -$

$300\left(\frac{3}{5}\right)(25) = 0$

$M = -3{,}000\ N \cdot m$

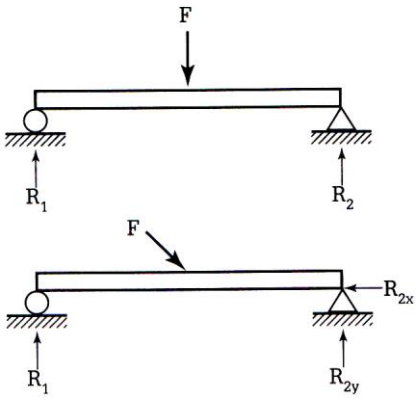
แสดงว่า M มีทิศทางตามเข็มนาฬิกา

**5.6 คาน (Beam)**

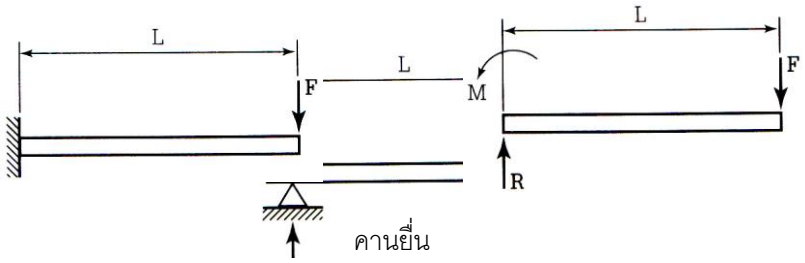
คาน หมายถึง ส่วนของโครงสร้างที่มีความยาวค่อนข้างมาก เมื่อเทียบมิติทางด้านข้าง (ด้านกว้างหรือด้านยาวของหน้าตัด) ทำหน้าที่รับแรงตามขวาง (ตั้งฉากกับแนวแกนของคาน) หรือโมเมนต์ของแรงคู่ควบอยู่ในระนาบเดียวกัน ในบางกรณีคานอาจรับแรงในแนวแกนด้วย ซึ่งจะเรียกว่า คาน-เสา (beam – column) ในที่นี้คานจะหมายถึงเฉพาะท่อนวัตถุที่รับแรงตามแนวขวางเท่านั้น

**ชนิดของคาน** โดยทั่วไปคานอาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ คานที่คำนวณหาค่าตัวไม่รู้ค่าได้ในทางสถิติศาสตร์ (statically determinate beam) กับคานที่คำนวณหาค่าไม่ได้ในทางสถิติศาสตร์ (statically indeterminate beam) และทั้งสองประเภทยังแบ่งย่อยออกไปอีก ตามลักษณะของจุดรองรับหรือฐานรองรับ (support) ต่าง ๆ ดังนี้

**คานแบบง่ายหรือคานช่วงเดี่ยว (Simple beam or simply supported beam)** เป็นคานที่มีจุดรองรับที่ปลายทั้งสองเป็นแบบยึดหยุ่น เช่น ด้านหนึ่งเป็นแบบลูกกลิ้ง (roller) และปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบหมุด (pin) ดังคานในรูป ที่จุดรองรับแต่ละแห่ง จะมีแรงปฏิกิริยาเท่านั้น แต่ไม่มีโมเมนต์

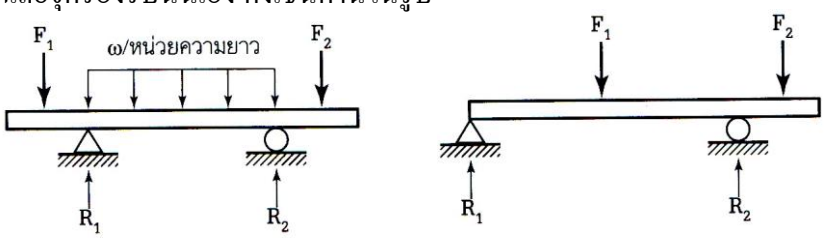


**คานยื่น (Cantilever beam)** เป็นคานที่ปลายด้านหนึ่งเป็นอิสระ ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งมีจุดรองรับแบบฝังแน่นหรือยึดแน่น (built – in or fixed – end) ซึ่งสามารถต้านแรงและโมเมนต์หรือการหมุนใด ๆ นั่นคือที่จุดรองรับนี้จะมีทั้งแรงปฏิกิริยา และโมเมนต์ที่ต้านกับแรงหรือโมเมนต์ภายนอกที่กระทำบนคาน ดังรูป



คานยื่น

**คานช่วงเดียวปลายยื่น (Overhanging beams)** ก็คือคานช่วงเดียวที่มีปลายด้านหนึ่งหรือทั้งสองด้านยื่นออกเลยจุดรองรับนั่นเอง ดังเช่นคานในรูป

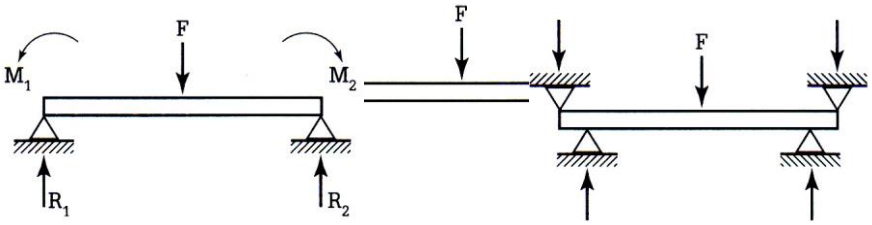


คานช่วงเดียวปลายยื่น

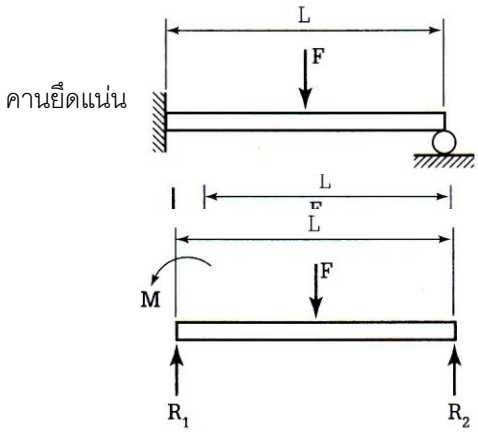
คานทั้ง 3 ชนิดที่กล่าวมาข้างต้นนี้ เราสามารถหาค่าของตัวไม่รู้ค่า คือแรงปฏิกิริยาและโมเมนต์ที่รอบจุดรองรับได้ โดยใช้สมการสมดุลทางสถิติศาสตร์อย่างเดียว จึงเรียกคานเหล่านี้ว่า statically determinate beam

มีคานบางชนิดที่ไม่สามารถจะหาตัวไม่รู้ค่าต่างๆ ได้โดยสมการสมดุลทางสถิติศาสตร์เพียงอย่างเดียว เนื่องจากมีจำนวนไม่รู้ค่ามากกว่าจำนวนสมการ จึงเรียกคานเหล่านี้ว่า statically indeterminate beam และจะหาค่าตัวไม่รู้ค่าได้ก็โดยการหาเงื่อนไขต่าง ๆ เพิ่มเติมจากการเปลี่ยนรูปของคานเท่านั้น ดังตัวอย่างของคานต่อไปนี้

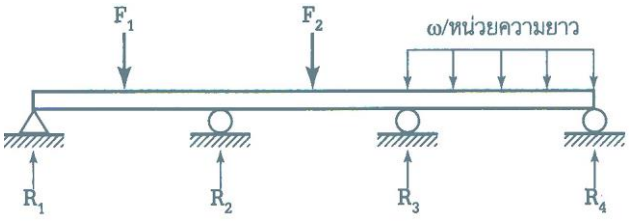
**คานยึดแน่น (Built – in beam or fixed – ended beam)** เป็นคานที่มีปลายทั้งสองยึดติดแน่นกับจุดรองรับที่เรียกว่า ยึดแน่น (fixed – end) หรือฝังแน่น (built – in end) ทำให้ปลายแต่ละข้างเคลื่อนที่หรือหมุนไปจากสภาพเดิมไม่ได้ ดังคานในรูป




**คานแบบปลายหนึ่งยึดแน่น ปลายหนึ่งยึดหมุน (Propped beam)** เป็นคานยื่นที่ปลายอิสระมีจุดรองรับ ดังคานในรูป




**คานต่อเนื่อง (Continuous beam)** เป็นคานที่มีจุดรองรับมากกว่า 2 แห่งขึ้นไป อย่างเช่นคานในรูป




คานตอเนอง

**กิจกรรมการเรียนการสอน**

**ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู**

**ทดสอบ**

1. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเรื่องวิธีการใช้ภาคตัด โครงกอบและเรื่องจักรกล ( 30 นาที )
2. ผู้สอนเฉลยแบบทดสอบ ( 10 นาที )

**ขั้นนำ**

1. ผู้สอนพูดถึงหัวข้อในการสอนวันนี้เรื่อง แรงภายในของโครงสร้าง คาน (Beam) ( 10 นาที )

**ขั้นสอน**

1. สอนแบบบรรยายในหน่วยที่ 5 ( ในหัวข้อย่อย 1 , 2) ( 70 นาที )
2. สอนสาธิตหลักการคำนวณตัวอย่างที่ 1 , 2 ( 20 นาที )
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนถาม ( 25 นาที )
4. เฉลยแบบฝึกหัด ( 10 นาที )

**ขั้นสรุป**

1. สรุปเนื้อให้ผู้เรียนฟัง ( 10 นาที )

**งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม**

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนตามหัวข้อ 1 , 2 และทำรายงานส่ง
2. ให้ทำแบบฝึกหัด
3. ให้ไปศึกษาเรื่องที่จะเรียนสัปดาห์หน้า

**สื่อการเรียนการสอน**

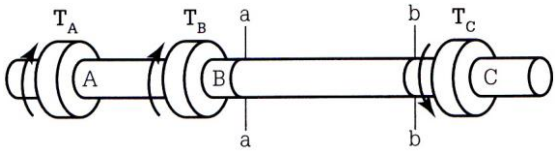
1. เอกสารประกอบการสอนเนื้อหาข้อย่อย 1 ,2
2. แผ่นใสเนื้อหาข้อย่อย 1 ,2

**การวัดผลและประเมินผล**

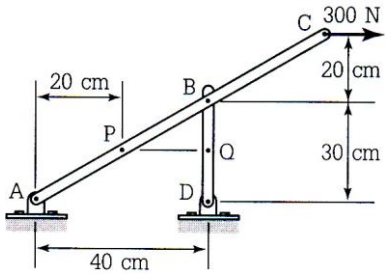
1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ทำแบบทดสอบ

## แบบฝึกหัด

1. จงเขียนแผนภาพแรงภายในดังรูป

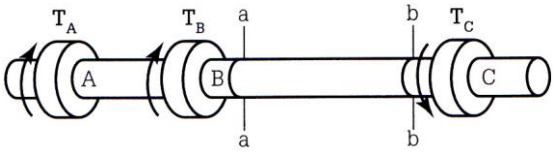


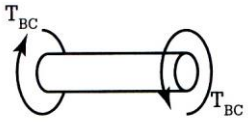

2. จงหาแรงภายใน ณ จุด P และQ ของ โครงกรอบดังรูป



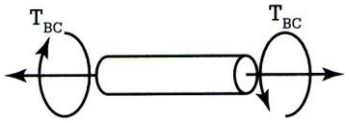
## เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงเขียนแผนภาพแรงภายในดังรูป




(ข)




(ค)

2. จงหาแรงภายใน ณ จุด P และQ ของ โครงกรอบดังรูป

**<u>วิธีทำ</u>** จากการตรวจสอบพบว่า BD เป็นท่อนวัสดุสองแรง ดังนั้น แรงใน BD เป็นแรงในแนวแกนเท่านั้น เขียนผังวัตถุอิสระของทั้งระบบดังรูป (ก)

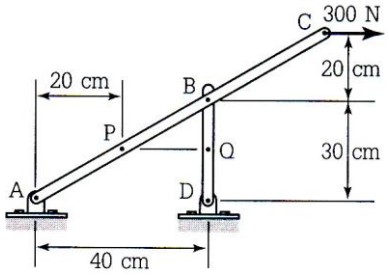
$$\sum M_A = 0,\ 40\ D_y - (300)(50) = 0$$

$$D_y = 375\ N\uparrow$$

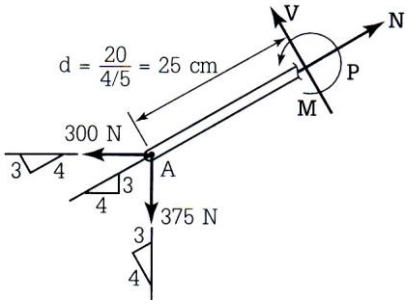
$$\sum F_y = 0,\ D_y - A_y = 0$$

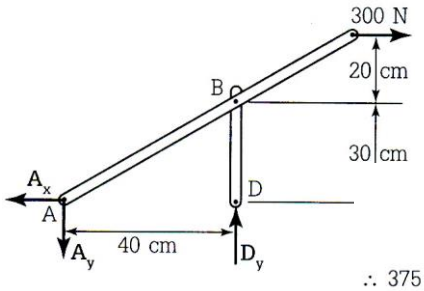
$$A_y = 375\ N\downarrow$$

$$\sum F_x = 0,\ A_x = 300\,N\leftarrow$$



พิจารณาผังวัตถุอิสระของ DQ ( หรือ BQ ) ดังรูป (ข)




$$\sum F_y = 0,\ F_{BD} - 375 = 0$$

$$F_{BD} = 375\ N \quad (\text{แรงอัด})$$

พิจารณาผังวัตถุอิสระของ AP ดังรูป (ค) รูป(ค)

$$\sum F \text{ ในแนว } AP = 0,\ N - 300\left(\frac{4}{5}\right) - 375\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

$$N = 465\ N \quad (\text{แรงดึง})$$

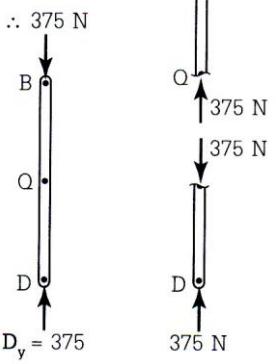
$$\sum F \text{ ในแนวตั้งฉากกับ } AP = 0,\ V + 300\left(\frac{3}{5}\right) - 375\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

$$V = 120\,N$$

$$\sum M_P = 0,\ M + 375\left(\frac{4}{5}\right)(25) - 300\left(\frac{3}{5}\right)(25) = 0$$

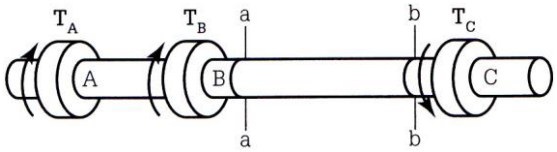
$$M = -3{,}000\ N \cdot m$$

แสดงว่า M มีทิศทางตามเข็มนาฬิกา

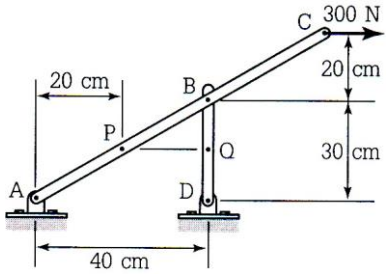


## แบบทดสอบสัปดาห์ที่ 12

1. จงเขียนแผนภาพแรงภายในดังรูป

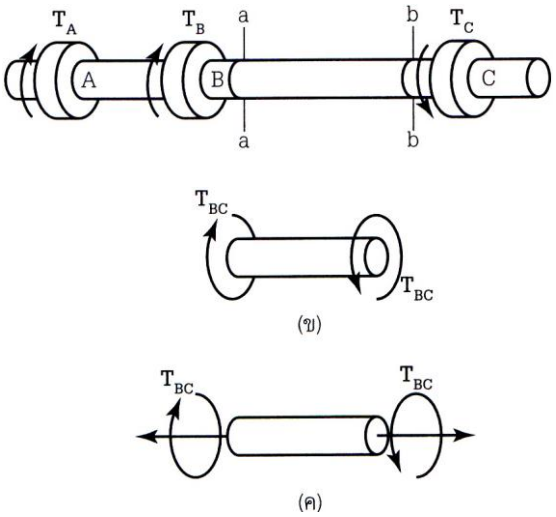



2. จงหาแรงภายใน ณ จุด P และQ ของ โครงกรอบดังรูป



## เฉลยแบบทดสอบสัปดาห์ที่ 12

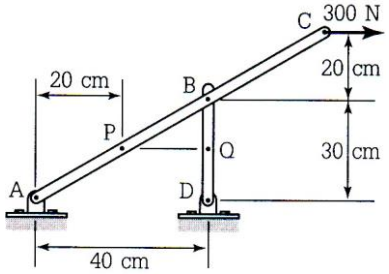
1. จงเขียนแผนภาพแรงภายในดังรูป



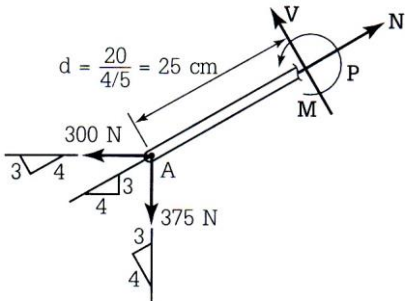

2. จงหาแรงภายใน ณ จุด P และQ ของ โครงกรอบดังรูป

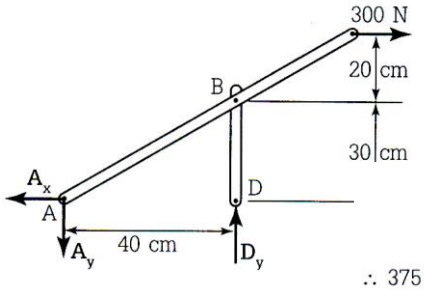
**<u>วิธีทำ</u>** จากการตรวจสอบพบว่า BD เป็นท่อนวัสดุสองแรง ดังนั้น แรงใน BD เป็นแรงในแนวแกนเท่านั้น เขียนผังวัตถุอิสระของทั้งระบบดังรูป (ก)

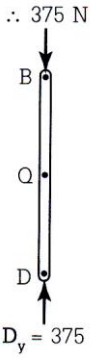
$$\sum M_A = 0,\ 40\ D_y - (300)(50) = 0$$
$$D_y = 375\ N\uparrow$$
$$\sum F_y = 0,\ D_y - A_y = 0$$
$$A_y = 375\ N\downarrow$$
$$\sum F_x = 0,\ A_x = 300\,N\leftarrow$$

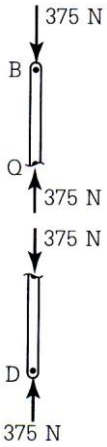


พิจารณาผังวัตถุอิสระของ DQ ( หรือ BQ ) ดังรูป (ข)




$\sum F_y = 0,\ F_{BD} - 375 = 0$

$F_{BD} = 375\ N$ ( แรงอัด )

พิจารณาผังวัตถุอิสระของ AP ดังรูป (ค)

$\sum F$ ในแนว $AP = 0,\ N - 300\left(\frac{4}{5}\right) - 375\left(\frac{3}{5}\right) = 0$

$N = 465\ N$ ( แรงดึง )

$\sum F$ ในแนวตั้งฉากกับ $AP = 0,\ V + 300\left(\frac{3}{5}\right) - 375\left(\frac{4}{5}\right) = 0$

$V = 120\,N$

$\sum M_P = 0,\ M + 375\left(\frac{4}{5}\right)(25) -$

$300\left(\frac{3}{5}\right)(25) = 0$

$M = -3{,}000\ N \cdot m$

แสดงว่า M มีทิศทางตามเข็มนาฬิกา

**บันทึกหลังการสอน**

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

……

……

……..

……..