	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา กลศาสตร์วีศวรรรม 1.	สอนครั้งที่ 16
	ชื่อหน่วย แรงแจกจ่าย	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>หัวเรื่อง</p> <p>7.1 แรงแจกจ่าย</p> <p>7.2 จุดศูนย์กลางและ จุดศูนย์กลางมวล</p> <p>สาระสำคัญ</p> <p>1. แรงแจกจ่าย คือแรงแจกจ่ายกับวัตถุลักษณะการกระจายอาจกระจายสม่ำเสมอ หรือไม่สม่ำเสมอ</p> <p>2. จุดศูนย์กลาง คือ จุดรวมของแรงดึงดูดของโลก ที่กระทำวัตถุ เป็นที่รวมน้ำหนักของวัตถุทั้งก้อน จุดศูนย์กลางมวล (Center of mass) จุดศูนย์กลางมวล คือ จุดรวมของมวลของวัตถุทั้งก้อนวัตถุทุกชิ้น ประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมาก</p> <p>3. จุดเซนทรอยด์ คือ จุดศูนย์กลางของวัตถุที่พิจารณา เฉพาะรูปร่างทางเรขาคณิต</p> <p>สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณ วิชาชีพ)</p> <p>1. สามารถบอกประเภทของแรงแจกจ่ายได้อย่างถูกต้อง</p> <p>2. อธิบายนิยามและสูตรของจุดศูนย์กลาง จุดเซนทรอยด์ และจุดศูนย์กลางมวลได้อย่างถูกต้อง</p> <p>3. คำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุประกอบรูปทรงต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>4. คำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของวัตถุได้อย่างถูกต้อง</p>		

เนื้อหาสาระ

7.1 แรงกระจาย (Distributed Force)

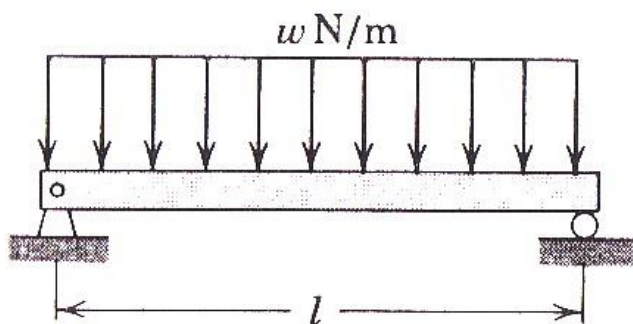
ในการพิจารณาแรงในบทที่ผ่านมา มีการพิจารณาแรงที่กระทำเป็น (concentrated force or point load) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วแรงกระทำที่จุด ๆ เดียวไม่มี เพราะทุกแรงจะกระทำทั่วบริเวณหนึ่ง ไม่ว่าจะบริเวณนั้นจะเล็กแค่ไหนก็ตาม ในกรณีที่แรงกระทำทั่วบริเวณเล็ก ๆ เมื่อเทียบกับบริเวณนั้นทั้งหมดที่พิจารณา เช่น น้ำหนักของรถยนต์ที่กระจายทั่วตัวรถ อาจถือได้ว่าตกลงพื้นถนน โดยผ่านทางล้อทั้งสี่ เป็นจุด 4 จุด แต่ในกรณีที่แรงกระจายทั่วบริเวณที่ค่อนข้างใหญ่ การพิจารณาเป็นแรงแบบจุดจะทำให้ผิดความจริงไป เช่น น้ำหนักของรถยนต์หลายคันที่จอดบริเวณลานจอดรถ ก็อาจจะพิจารณาเป็นน้ำหนักรวมของรถบนลานจอดรถ ก็อาจพิจารณาเป็นน้ำหนักรวมผ่านจุด ๆ หนึ่งได้ แต่ถ้าต้องการพิจารณาผลของน้ำหนักรถต่อพื้นลานจอดรถว่าจะไถ่ตัวมากน้อยเพียงใด และ ณ บริเวณใดจะรับแรงมากที่สุดจนเกิดรอยร้าวก็ต้องพิจารณาน้ำหนักรถทั้งหมดกระจายทั่วบริเวณ

ประเภทของแรงกระจาย

การพิจารณาแรงกระจาย จะพิจารณาจากความเข้มหรือความน้อยของแรง (intensity of force) ที่กระจายทั่วบริเวณ ลักษณะการกระจาย อาจกระจายสม่ำเสมอ (uniformly distributed) หรือไม่สม่ำเสมอ (non-uniformly distributed) โดยทั่วไปการกระจายของแรงแบ่งออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

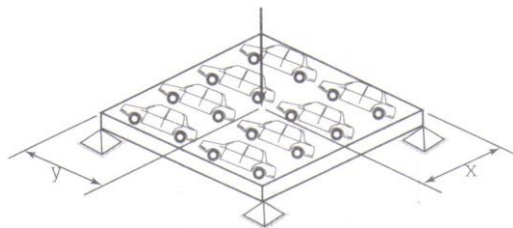
1. การกระจายตามแนวเส้น

(Line distribution) ลักษณะของแรงที่กระจายตามแนวเส้น เช่น น้ำหนักของคานที่กระจายตลอดความยาวของคาน มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว เช่น 500 N/m



รูปที่ 1 การกระจายตามแนวเส้น

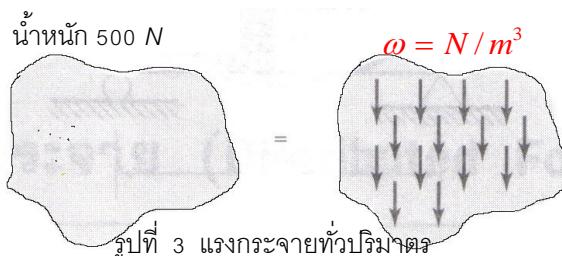
2. การกระจายทั่วพื้นที่ (Area distribution) หมายถึง แรงที่กระจายทั่วพื้นที่ที่กระทำ เช่น น้ำหนักของรถยนต์บนลานจอดรถ มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ เช่น N/m^2 หรือปอนด์ต่อตารางนิ้ว เป็นต้น ดังในรูปที่ 6.2



รูปที่ 2

3. การกระจายทั่วปริมาตร (Volume distribution) แรงที่กระจายทั่วบริเวณของวัตถุอาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า แรงวัตถุ (body force) เช่น แรงดึงดูดของโลกที่มีต่อวัตถุ หรือน้ำหนักของวัตถุที่กระจายทั่วปริมาตร (ซึ่งเรียกว่า specific weight) มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร เช่น N/m^3 หรือปอนด์ต่อลูกบาศก์นิ้ว เป็นต้น ดังรูปที่

6.3



รูปที่ 3 แรงกระจายทั่วปริมาตร

7.2 จุดศูนย์กลางถ่วง และจุดเซนทรอยด์

แรงที่กระทำต่อวัตถุจะแผ่กระจายไปตามพื้นที่ และปริมาตรของวัตถุนั้น โดยไม่ได้กระทำที่จุดใดจุดหนึ่ง วัตถุทุกชิ้นประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมาก และอนุภาคเหล่านั้นมีมวล และถูกดึงดูดด้วยแรงดึงดูดของโลก แรงดึงดูดที่กระทำต่อวัตถุก็จะกระจายอยู่ทั่วทุกอนุภาคของวัตถุเช่นกัน ในงานทางวิศวกรรมจำเป็นต้องหาจุดรวมวัตถุ เพื่อใช้ในการออกแบบ คำนวณต่างๆ

จุดศูนย์กลางถ่วง (Center of Gravity)

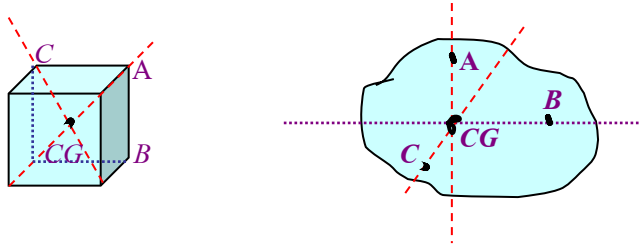
อนุภาคเหล่านั้นต่างก็มีมวล และถูกดึงดูดด้วยแรงดึงดูดของโลก แรงดึงดูดของโลกเหล่านี้ต่างขนานกัน และเมื่อรวมเข้าด้วยกันก็คือน้ำหนักของวัตถุทั้งก้อน เพราะฉะนั้นจุดที่เป็นจุดรวมของน้ำหนัก และจุดรวมของมวล จึงเป็นจุดเดียวกันก็ได้

สำหรับจุดศูนย์กลางมวลเราจะนำมาพิจารณาในกรณีปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของสสารภายใต้อิทธิพลของแรง(พลศาสตร์)

ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วง และจุดศูนย์กลางมวลจะรวมอยู่ที่จุดเดียวกันก็ต่อเมื่อ วัตถุมีน้ำหนักและอยู่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกเท่านั้น เพราะว่าจุดศูนย์กลางมวลจะไม่ขึ้นอยู่กับความโน้มถ่วง

การหาดำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วง และจุดศูนย์กลางมวล

สามารถทำได้ โดยการนำวัตถุรูปทรงสามมิติ มาแขวนที่จุด A , B , C ตามลำดับแนวจุดตัดของเส้นเชือก ของทั้งสามจุดจะเป็นจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ และยังมีวิธีอื่นอีก เช่นการร้อยเชือกกับกระดาษ แล้วปล่อยให้ตกลงสู่พื้นดิน



รูปที่ 4 แสดงการหาจุดศูนย์กลางและจุดศูนย์กลางของมวล

การหาตำแหน่งจุดศูนย์กลาง(CG) โดยวิธีทางคณิตศาสตร์ทำได้ดังต่อไปนี้ พิจารณารูปต่อไปนี้

รูปที่ 6.5 การหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลาง

$$w = \int dw$$

เมื่อ w = แรงลัพธ์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

$$\int dw = \text{แรงโน้มถ่วงที่กระทำที่จุด CG}$$

จากรูป หาตำแหน่งจุดศูนย์กลางจาก

$$w = \int dw$$

คิดโมเมนต์รอบแกน y จะได้ว่า

$$\bar{w}x = \int xdw$$

$$\frac{\bar{w}x}{w} = \frac{\int xdw}{w}$$

โดย $w = mg$; $dw = gdm$

$$\frac{\bar{w}x}{w} = \frac{g \int xdm}{mg}$$

$$= \frac{\int xdm}{m}$$

ทำนองเดียวกันได้^m

$$\bar{y} = \frac{\int ydm}{m} ; \bar{z} = \frac{\int zdm}{m}$$

ในการที่ต้องการหาจุดศูนย์กลาง ของวัตถุที่มีรูปร่าง ที่ใช้ในงานวิศวกรรมส่วนมากเป็นรูปทรงทางเรขาคณิต และนอกจากนี้เรายังหาจุดศูนย์กลางของพื้นที่ระนาบเดียว แสดงไว้ในรูปที่ 6.4

การหาจุด CG ของพื้นที่ผู้สอนต้องแสดงหาตำแหน่งด้วย โดยการลากเส้นทแยงมุม

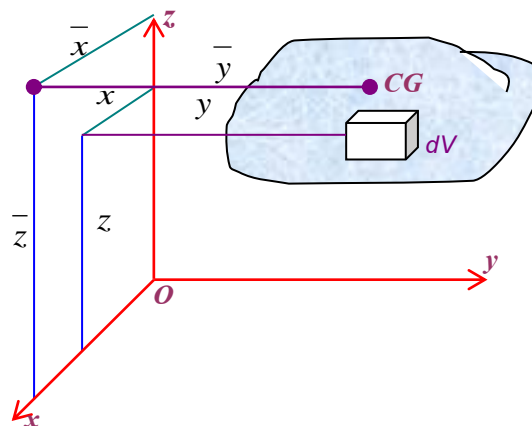
จุดเซนทรอยด์ (Centroid)

จุดเซนทรอยด์ คือ จุดศูนย์กลางของวัตถุที่พิจารณา เฉพาะรูปร่างทางเรขาคณิตเท่านั้น เราสามารถพิจารณา

ขึ้นส่วนได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

ปริมาตร (Volume) ถ้าวัตถุถูกแบ่งเป็นส่วนที่มีปริมาตร dv ตำแหน่งเซนทรอยด์ $c(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ สำหรับปริมาตรของวัตถุหาโดยคำนวณโมเมนต์ของชิ้นส่วนรอบแกนอ้างอิง

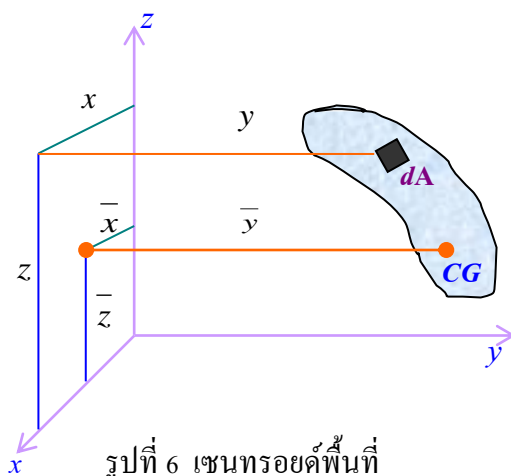
$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}dv}{\int dv} ; \bar{y} = \frac{\int \bar{y}dv}{\int dv} ; \bar{z} = \frac{\int \bar{z}dv}{\int dv}$$



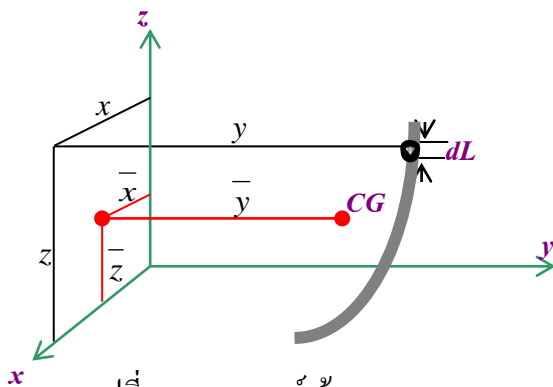
รูปที่ 5 เซนทรอยด์ปริมาตร

พื้นที่ (Area) เซนทรอยด์ของพื้นที่ผิวของวัตถุ เช่น แผ่นยาง หรือโค้งแบบเปลือกยาง ดังรูปที่ 4 หรือพื้นที่รูปตัวที ของเหล็กสามารถหาได้ โดยการแบ่งพื้นที่ เป็นชิ้นส่วนเล็กๆ (dA) และหาโมเมนต์ของพื้นที่ รอบแกนอ้างอิง

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}dA}{\int dA} ; \bar{y} = \frac{\int \bar{y}dA}{\int dA} ; \bar{z} = \frac{\int \bar{z}dA}{\int dA}$$



รูปที่ 6 เซนทรอยด์พื้นที่



รูปที่ 7 เซนทรอยด์เส้น

เส้น (Line) ถ้ารูปร่างเรขาคณิตของวัตถุ เช่น แท่งบาง หรือเส้นลวด เส้นเชือก ที่มีรูปร่างแนวเส้น การหาเซนทรอยด์ ทำได้ดังนี้

สมการ

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x}dL}{\int dL}; \bar{y} = \frac{\int \bar{y}dL}{\int dL}; \bar{z} = \frac{\int \bar{z}dL}{\int dL}$$

สำหรับจุดเซนทรอยด์ของวัตถุ หรือรูปทรงโดยการอินทิเกรต มีดังนี้

ชิ้นส่วนเล็กๆ (Differential Element)

โดยระบุแกนอ้างอิง และเลือกชิ้นส่วนเล็กๆ ให้เหมาะสม แล้วเขียนแสดงลงไปเป็นแถบเล็กๆ (Trap) เส้นแทนด้วย dL , พื้นที่แทนด้วย dA, ปริมาตรแทนด้วย dv

ขนาดและแขน โมเมนต์ (Size and Moment Arms)

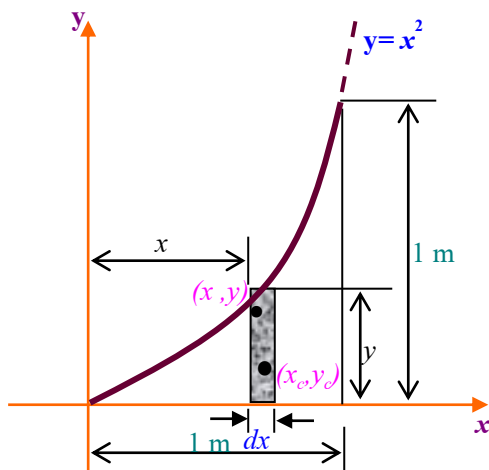
แสดง ความยาว dL , พื้นที่ dA, ปริมาตร dv หาพิสัยหรือแขน โมเมนต์

การอินทิเกรต(Integration) \bar{x}, \bar{y} และ \bar{z}

แทนค่าลงในสมการของเส้น พื้นที่ และปริมาตร ใช้การอินทิเกรต จำกัดขอบเขต หากำคำนวณตลอดเส้น พื้นที่และปริมาตร โดยให้ครอบคลุมขอบเขตทั้งชิ้นส่วนเล็กๆ และชิ้นส่วนทั้งหมด

*หมายเหตุ การอินทิเกรตจะใช้ในกรณีที่มีรูปร่างรูปทรงถูกกำหนดด้วยสมการตัวแปรไม่ทราบค่าของมิติต่างๆ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าแห่งเซนทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



วิธีทำ

- ชิ้นส่วนเล็กๆ มีความหนา dx ชิ้นส่วนตัดรูปโค้งที่จุดกำหนด (x, y) และมีความสูง y
- พื้นที่และแกนโมเมนต์ $dA = y dx$ และตำแหน่ง

$\bar{x} = x$ และ $\bar{y} = \frac{y}{2}$

- การอินทิเกรต ทำการอินทิเกรตเทียบ x

สูตร
$$\bar{x} = \frac{\int_A \bar{x} dA}{\int_A dA}$$

$$= \frac{\int_0^1 xy dx}{\int_0^1 y dx} = \frac{\int_0^1 x^3 dx}{\int_0^1 x^2 dx}$$

$$= \frac{\frac{x^4}{4}}{\frac{x^3}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{0.25}{0.333}$$

$\bar{x} = 0.75 \text{ m. Ans.}$

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } \bar{y} &= \frac{\int \bar{y} \, dA}{\int dA} \\
 &= \frac{\int_0^1 (y/2)y \, dx}{\int_0^1 y \, dx} = \frac{\int_0^1 (x^2/2)x^2 \, dx}{\int_0^1 x^2 \, dx} \\
 &= \frac{x^5/10}{x^3/3} = \frac{1/10}{1/3} = \frac{0.100}{0.333} \\
 \bar{y} &= 0.3 \, m. \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

จุดศูนย์กลางมวลของรูปทรงประกอบ

ถ้ารูปทรงของวัตถุรูปใด ๆ สามารถแบ่งออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ๆ ที่มีรูปทรงเดียว อาทิ รูปทรงสี่เหลี่ยมคางหมู สามารถแบ่งออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ๆ ได้ 2 รูป คือ รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม อย่างนี้ถือว่ารูปทรงสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นตัวอย่างของรูปผสม

การคำนวณหาตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ของรูปผสม สามารถนำทฤษฎีของโมเมนต์มาปฏิบัติได้ดังนี้

วัตถุ A ประกอบด้วยวัตถุ B, C, D, มีมวล M_B, M_C, M_D และตำแหน่งของเซนทรอยด์ที่ G_B, G_C และ G_D สามารถหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของวัตถุ A ได้โดย

$$(M_B + M_C + M_D)\bar{x} = M_B\bar{x}_B + M_C\bar{x}_C + M_D\bar{x}_D$$

$$\bar{x}_A = \frac{M_B\bar{x}_B + M_C\bar{x}_C + M_D\bar{x}_D}{(M_B + M_C + M_D)}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\bar{y}_A = \frac{M_B\bar{y}_B + M_C\bar{y}_C + M_D\bar{y}_D}{(M_B + M_C + M_D)}$$

สรุปความล้มพันธ์ได้

จุดศูนย์กลางมวล

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i \bar{x}_i}{\sum m_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum m_i \bar{y}_i}{\sum m_i},$$

$$\bar{z} = \frac{\sum m_i \bar{z}_i}{\sum m_i}$$

จุดเซนทรอยด์ของเส้น

$$\bar{x} = \frac{\sum L_i \bar{x}_i}{\sum L_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum L_i \bar{y}_i}{\sum L_i},$$

$$\bar{z} = \frac{\sum L_i \bar{z}_i}{\sum L_i}$$

จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i},$$

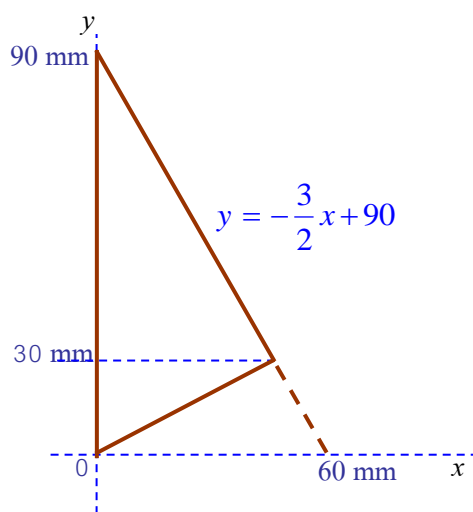
$$\bar{z} = \frac{\sum A_i \bar{z}_i}{\sum A_i}$$

จุดเซนทรอยด์ของปริมาตร

$$\bar{x} = \frac{\sum v_i \bar{x}_i}{\sum v_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum v_i \bar{y}_i}{\sum v_i},$$

$$\bar{z} = \frac{\sum v_i \bar{z}_i}{\sum v_i}$$

ตัวอย่างที่ 2. จงหา y -coordinate ของจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่สามเหลี่ยม



วิธีทำ

แบ่งพื้นที่สามเหลี่ยมออกเป็นสามเหลี่ยมย่อย 2 รูป

$$\text{สมการเส้นตรง } y = -\frac{3}{2}x + 90$$

$$\text{@ } y = 30, \quad 30 = -\frac{3}{2}x + 90$$

$$x = 40$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(40)(60) = 1200 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_1 = 30 + \frac{1}{3}(60) = 50 \text{ mm}$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(30)(40) = 600 \text{ mm}^2$$

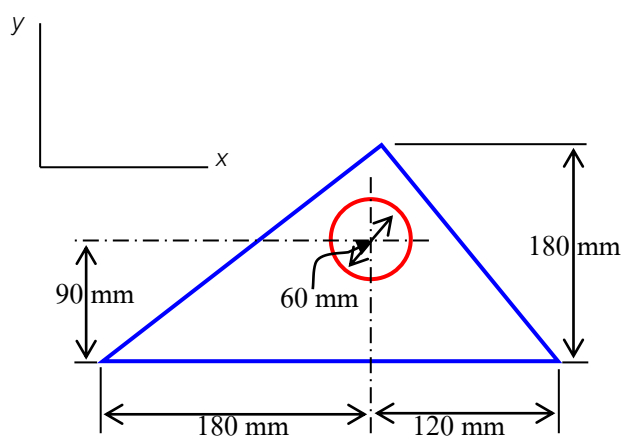
$$\bar{y}_2 = \frac{2}{3}(30) = 20 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum(A\bar{y})}{\sum A} = \frac{1200(50) + 600(20)}{1200 + 600}$$

$$= 40 \text{ mm} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

ตัวอย่างที่ 3. จงหา y -coordinate ของจุดเซน

ทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



วิธีทำ

พื้นที่จํานวนประกอบขึ้นด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมเต็มตัดออกด้วยพื้นที่วงกลม

รูปสามเหลี่ยมเต็ม

$$A_1 = \frac{1}{2}(300)(180) = 27000 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(180) = 60 \text{ mm (180)}$$

รูปวงกลม

$$A_2 = -\pi(30)^2 = -2827 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_2 = 90 \text{ mm}$$

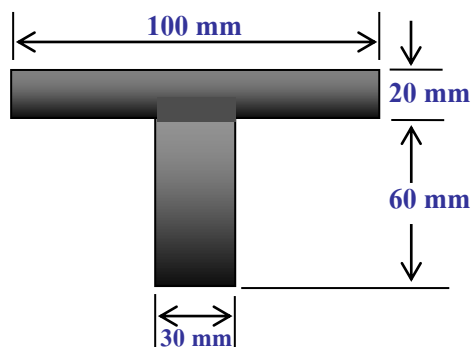
$$\bar{y} = \frac{\sum(A\bar{y})}{\sum A}$$

$$= \frac{27000(60) + (-2827)(90)}{27000 + (-2827)}$$

$$\therefore \bar{y} = 56.5 \text{ mm Ans.}$$

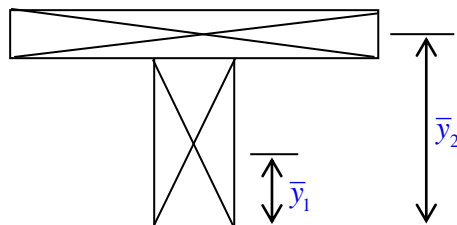
ตัวอย่างที่ 4. จงหา y-coordinate ของจุดเซน

ทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



วิธีทำ

เขียน F.B.D. ได้



พิจารณาแยกรูปออกเป็น 2 รูป แล้วใช้สมการ

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{A_1\bar{y}_1 + A_2\bar{y}_2}{A_1 + A_2} \\ &= \frac{(100 \times 20)(70) + (30 \times 60)(30)}{(100 \times 20) + (30 \times 60)} \\ &= 51.05 \text{ mm } \underline{\underline{Ans}}\end{aligned}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ทดสอบ

1. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเรื่องแรงเสียดทานบนสกรู (Frictional forces on Screws) (30 นาที)
2. ผู้สอนเฉลยแบบทดสอบ (10 นาที)

ขั้นนำ

1. ผู้สอนพูดถึงหัวข้อในการสอนเรื่อง แรงกระจาย จุดศูนย์กลางและ จุดศูนย์กลางมวล จุดศูนย์กลางจุดเซนทรอยด์ จุดศูนย์กลางมวลของรูปทรงประกอบ (10 นาที)

ขั้นสอน

1. สอนแบบบรรยายในหน่วยที่ 7 (ในหัวข้อย่อย 1 , 2 , 3) (70 นาที)
2. สอนสาธิตหลักการคำนวณตัวอย่างที่ 1 , 2 , 3 (20 นาที)
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนถาม (25 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกหัด (10 นาที)

ขั้นสรุป

1. สรุปเนื้อหาให้ผู้เรียนฟัง (10 นาที)

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนตามหัวข้อ 1 และทำรายงานส่ง
2. ให้ทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

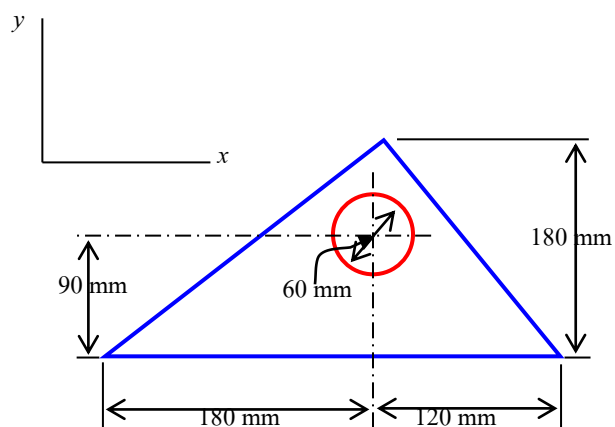
1. เอกสารประกอบการสอนเนื้อหาข้อย่อย 1
2. แผ่นใสเนื้อหาข้อย่อย 1

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ทำแบบทดสอบ

แบบฝึกหัด

1. จงบอกประเภทของแรงกระจายที่มีที่ประเภทอะไรบ้าง
2. จงอธิบายนิยามและสูตรของจุดศูนย์กลาง จุดเซนทรอยด์ และจุดศูนย์กลางมวล
3. จงหา y -coordinate ของจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงบอกประเภทของแรงกระจายมีกี่ประเภทอะไรบ้าง

การกระจายของแรงแบ่งออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. การกระจายตามแนวเส้น ลักษณะของแรงที่กระจายตามแนวเส้น เช่น น้ำหนักของคานที่กระจายตลอดความยาวของคาน มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว เช่น 500 N/m

2. การกระจายทั่วพื้นที่ (Area distribution) หมายถึง แรงที่กระจายทั่วพื้นที่ที่กระทำ เช่น น้ำหนักของรถยนต์บนลานจอดรถ มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ เช่น N/m² หรือปอนด์ต่อตารางนิ้ว เป็นต้น

2. จงอธิบายนิยามและสูตรของจุดศูนย์กลางถ่วง จุดเซนทรอยด์ และจุดศูนย์กลางมวล

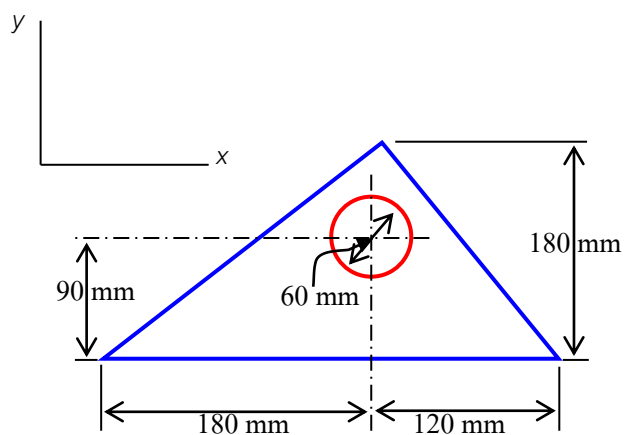
จุดศูนย์กลางมวล คือจุดศูนย์รวมรวมดึงดูดของโลกที่กระทำต่อวัตถุ

$$w = \int dw$$

จุดเซนทรอยด์ คือ จุดศูนย์กลางของรูปทรงในกรณีที่ว่าวัตถุมีความหนาแน่นมวลเท่ากันในทุกๆ ส่วนของวัตถุ

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x} dv}{\int dv}; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y} dv}{\int dv}; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z} dv}{\int dv}$$

3. จงหา y -coordinate ของจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



วิธีทำ

พื้นที่ดังรูปประกอบขึ้นด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมเต็มตัดออกด้วยพื้นที่วงกลม

รูปสามเหลี่ยมเต็ม

$$A_1 = \frac{1}{2}(300)(180) = 27000 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(180) = 60 \text{ mm (180)}$$

รูปวงกลม

$$A_2 = -\pi(30)^2 = -2827 \text{ mm}^2$$

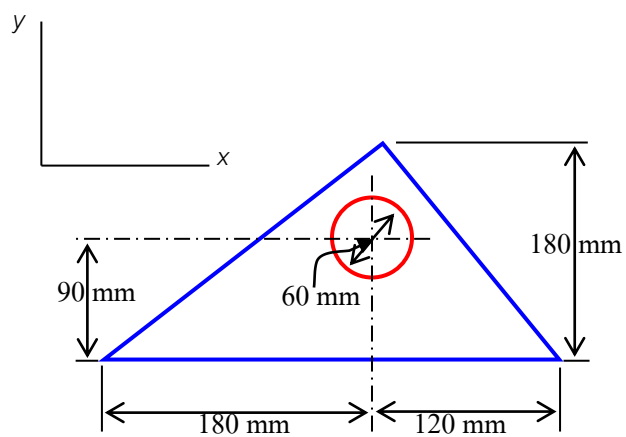
$$\bar{y}_2 = 90 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\sum(A\bar{y})}{\sum A} \\ &= \frac{27000(60) + (-2827)(90)}{27000 + (-2827)} \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{y} = 56.5 \text{ mm Ans.}$$

แบบทดสอบสัปดาห์ที่ 16

1. จงบอกประเภทของแรงกระจายมีกี่ประเภทอะไรบ้าง
2. จงอธิบายนิยามและสูตรของจุดศูนย์กลาง จุดเซนทรอยด์ และจุดศูนย์กลางมวล
3. จงหา y -coordinate ของจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



เฉลยแบบทดสอบสัปดาห์ที่ 16

1. จงบอกประเภทของแรงกระจายมีกี่ประเภทอะไรบ้าง

การกระจายของแรงแบ่งออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. การกระจายตามแนวเส้น ลักษณะของแรงที่กระจายตามแนวเส้น เช่น น้ำหนักของคานที่กระจายตลอดความยาวของคาน มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว เช่น 500 N/m
2. การกระจายทั่วพื้นที่ (Area distribution) หมายถึง แรงที่กระจายทั่วพื้นที่ที่กระทำ เช่น น้ำหนักของรถยนต์บนลานจอดรถ มีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ เช่น N/m^2 หรือปอนด์ต่อตารางนิ้ว เป็นต้น

2. จงอธิบายนิยามและสูตรของจุดศูนย์กลางถ่วง จุดเซนทรอยด์ และจุดศูนย์กลางมวล

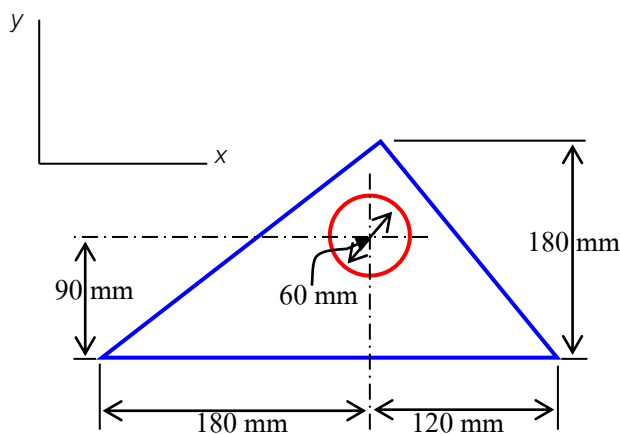
จุดศูนย์กลางมวล คือจุดศูนย์รวมรวมดึงดูดของโลกที่กระทำต่อวัตถุ

$$w = \int dw$$

จุดเซนทรอยด์ คือ จุดศูนย์กลางของรูปทรง ในกรณีที่วัตถุมีความหนาแน่นมวลเท่ากัน ในทุกๆ ส่วนของวัตถุ

$$\bar{x} = \frac{\int \bar{x} dv}{\int dv}; \quad \bar{y} = \frac{\int \bar{y} dv}{\int dv}; \quad \bar{z} = \frac{\int \bar{z} dv}{\int dv}$$

3. จงหา y -coordinate ของจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ดังรูป



วิธีทำ

พื้นที่ดังรูปประกอบขึ้นด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมเต็มตัดออกด้วยพื้นที่วงกลม

รูปสามเหลี่ยมเต็ม

$$A_1 = \frac{1}{2}(300)(180) = 27000 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(180) = 60 \text{ mm (180)}$$

รูปร่างกลม

$$A_2 = -\pi(30)^2 = -2827 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_2 = 90 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\Sigma(A\bar{y})}{\Sigma A} \\ &= \frac{27000(60) + (-2827)(90)}{27000 + (-2827)}\end{aligned}$$

$$\therefore \bar{y} = 56.5 \text{ mm Ans.}$$

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....