

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1.	สอนครั้งที่ 17
	ชื่อหน่วย แรงกระจาย (ต่อ)	จำนวน 3 ชั่วโมง
หัวเรื่อง 7.4 โมเมนต์ความเฉื่อยพื้นที่ 7.5 รัศมีไจเรชั่น สาระสำคัญ 1. โมเมนต์ความเฉื่อยพื้นที่คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของมวล (Mass moment of inertia or moment of inertia of mass) ซึ่งก็เป็นปริมาณที่ใช้ในการวัดความต้านทานเฉื่อย อันเนื่องจากการหมุนของวัตถุมวล ด้วยความเร่งเชิงมุม 2. รัศมีไจเรชั่นคือการนำเอาค่าคงที่ 2 ค่า ของแต่ละหน้าตัดคือค่า I และ A มาหารแล้วหารากที่สองจะได้ค่าที่มีมิติที่เป็นความยาวที่คงที่เขียนเป็นสมการได้ดังนี้ $r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$ 3. ทฤษฎีแกนขนาน คือค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจะขึ้นอยู่กับแกนอ้างอิง ดังนั้นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่เดียวกันรอบแกนอ้างอิงที่ต่างกันจะมีค่าไม่เท่ากัน แต่ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ (ซึ่งเป็นค่าคงที่) จะเป็นค่าคงที่ สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณ วิชาชีพ) 1. ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ได้อย่างถูกต้อง 2. ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยเชิงขั้วของพื้นที่ได้อย่างถูกต้อง 3. ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้อย่างถูกต้อง 4. ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของรูปผสมได้อย่างถูกต้อง		

เนื้อหาสาระ

7.4 โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ (Moments of Inertia of Area)

ในการศึกษาวิชากลศาสตร์วิศวกรรม ตลอดจนวิชากลศาสตร์วัสดุหรือกำลังวัสดุ ขนาดและรูปร่างของหน้าตัดมีความสำคัญต่อการคำนวณอย่างยิ่ง นอกจากขนาดของพื้นที่หน้าตัดแล้ว คุณสมบัติอื่น ๆ ของพื้นที่ เช่น จุดเซนทรอยด์ โมเมนต์ของพื้นที่ โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีไจเรชันล้วนเป็นค่าคงที่ที่ต้องใช้ในการคำนวณค่าแรงเค้นดัด แรงเค้นเฉือน และการโก่งของโครงสร้างทั้งสิ้น

โดยทั่วไปคำว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อย” มักจะหมายถึง “โมเมนต์ของความเฉื่อยของมวล” (Mass moment of inertia or moment of inertia of mass) ซึ่งก็คือปริมาณที่ใช้ในการวัดความต้านทานเฉื่อย อันเนื่องจากการหมุนของวัตถุมวล dm ด้วยความเร่งเชิงมุม

คงที่ α รัศมีของการหมุน r

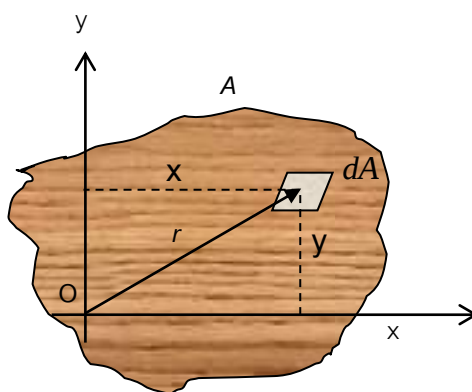
ดังนั้น แรงบนวัตถุทั้งก้อน

$$F = \int a dm = \int (r\alpha) dm \quad , \quad a = \text{ความเร่ง}$$

โมเมนต์ของวัตถุรอบแกนหมุน

$$\begin{aligned} M &= Fr = \int r(r\alpha) dm \\ &= \alpha \int r^2 dm \end{aligned}$$

ค่า $\int r^2 dm$ เรียกว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อยของมวล”



รูปที่ 1

1. โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ (Moment of inertia of area)

ปัญหาทางวิศวกรรมมักจะเกี่ยวข้องกับท่อนวัสดุหรือคานที่ทำด้วยวัสดุอย่างเดียวกัน หรือมีคุณสมบัติสม่ำเสมอตลอด (Homogeneous) มีพื้นที่หน้าตัดความยาวสม่ำเสมอตลอดความยาว ดังนั้นค่า $\int_A r^2 dA$ หรือ $\int_A x^2 dA$ ซึ่งมีรูปแบบคล้ายกับ $\int_m r^2 dm$ จึงถูกเรียกว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่” (Moment of inertia of area or area moment of inertia)

เราเรียกค่า $\int_A x^2 dA$ อีกชื่อหนึ่งว่า “โมเมนต์ที่สองของพื้นที่” (Second moment of area) เพื่อความสะดวกในบทนี้จะใช้คำว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อย”

แทนคำว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่” หรือ “โมเมนต์ที่สองของพื้นที่” ในกรณีที่ไม่ต้องการให้เกิดความสับสน ควรจะต้องระบุให้ชัดเจนว่าเป็นโมเมนต์ของความเฉื่อยของ “พื้นที่” หรือ “ของมวล”

จากรูปที่ 6.9

โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ A รอบแกน x คือ

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ A รอบแกน y คือ

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

โมเมนต์ของความเฉื่อยเชิงขั้วของพื้นที่ (Polar moment of inertia of area)

ในกรณีที่ค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนที่ตั้งฉากกับพื้นที่ เช่น รอบแกน z ที่ผ่านจุด o ในรูปที่ 6.1 เรียกว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ (J_o)”

$$J_o = \int_A r^2 dA \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

$$\text{จะเห็นว่า } J_o = \int_A r^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA$$

$$= I_y + I_x \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

นั่นคือ โมเมนต์ของความเฉื่อยเชิงขั้ว = ผลบวกของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนฉาก (x และ y)

7.5 รัศมีไจเรชั่น (Radius of gyration)

ในการเปรียบเทียบหน้าตัดรูปร่างต่าง ๆ ของท่อนวัสดุ นอกจากจะเปรียบเทียบขนาดของพื้นที่แล้วเราอาจเปรียบเทียบมิติทางด้านข้างของพื้นที่ที่เหมือนกัน เช่น ความกว้าง ความยาว หรือ รัศมีของวงกลม เป็นต้น แต่ในกรณีที่จะเปรียบเทียบสองหน้าตัดที่ไม่เหมือนกัน เช่น รูปสามเหลี่ยมและรูปหลายเหลี่ยม เราไม่สามารถเปรียบเทียบมิติด้านข้างที่เหมือนกันหรือใกล้เคียงกันได้ เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบกันได้จำเป็นต้องเปรียบเทียบคุณสมบัติที่คงที่ของทั้งสองหน้าตัด

ในที่นี้ถ้าเราเอาค่าคงที่ 2 ค่า ของแต่ละหน้าตัดคือค่า I และ A มาหารแล้วหารากที่สองจะได้ค่าที่มีมิติที่เป็นความยาวที่คงที่ เรียกว่า “รัศมีไจเรชั่น” (radius of gyration) ดังนี้

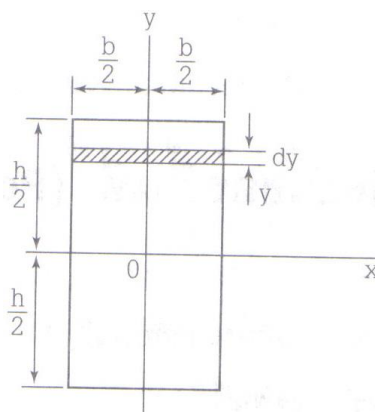
รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ A รอบแกน x คือ $r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$ รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ A รอบแกน y คือ

$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$ รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ A รอบแกน z (ซึ่งตั้งฉากกับพื้นที่) คือ

$$r_z = \sqrt{\frac{J_o}{A}} = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \quad \dots\dots\dots (6.4)$$

ค่ารัศมีไจเรชั่นของพื้นที่นี้ สามารถนำไปใช้เปรียบเทียบมิติด้านข้างของพื้นที่ที่มีรูปร่างไม่เหมือนกัน เช่น ในการพิจารณาเสาสั้น-เสายาว ในวิชากลศาสตร์วัสดุหรือกำลังวัสดุ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 6.5 จงหาค่า I_x , I_y , r_x , r_y และ J_o ของพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป



วิธีทำ แบ่งพื้นที่เดิมออกเป็นพื้นที่ย่อย dA ที่หนา dy กว้าง b แล้วอินทิเกรต

$$dA = bdy$$

$$\therefore I_x = \int_A y_c^2 (bdy) = \frac{by^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}}$$

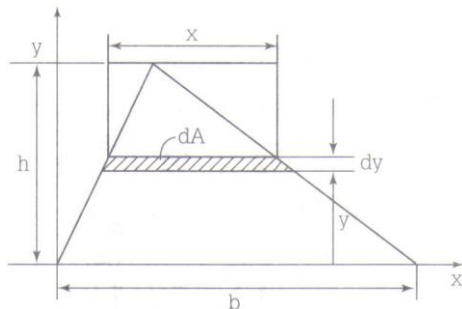
ในทำนองเดียวกัน ถ้าแบ่งพื้นที่ย่อยที่หนา dx กว้าง h ก็จะได้

$$I_y = \frac{hb^3}{12} \text{ และ } r_y = \frac{b}{\sqrt{12}}$$

จากสมการ (5.3) ก็จะได้

$$\begin{aligned} J_o &= I_x + I_y = \frac{bh^3}{12} + \frac{hb^3}{12} \\ &= \frac{bh}{12} (h^3 + b^3) = \frac{A}{12} (h^2 + b^2) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6.6 จงหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบฐานของรูปสามเหลี่ยม

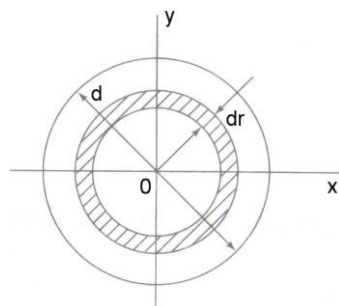


วิธีทำ แบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นรูปย่อย dA ที่หนา dy กว้าง x ดังรูป

$$dA = xdy \frac{b(h-y)}{h}$$

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A y_c^2 dA = \int_0^h y^2 \frac{b(h-y)}{h} dy \\ &= \frac{b}{h} \left[\frac{hy^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^h = \frac{b}{h} \left[\frac{h^4}{3} - \frac{h^4}{4} \right] \\ &= \frac{bh^3}{12} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6.7 จงหาค่า I_x , I_y , r_x , r_y และ J_o ของรูปวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง d ($= 2R$)



วิธีทำ แบ่งรูปวงกลมออกเป็นรูปย่อยที่เป็นวงแหวนหนา dr รัศมี r ห่างจากจุดศูนย์กลางดังรูป

$\therefore$ พื้นที่ของรูปวงแหวนคือ $dA = 2\pi r dr$

$$J_o = \int_A r^2 dA = \int_0^{\frac{d}{2}} 2\pi r^3 dr = \frac{\pi r^4}{2} \Big|_0^{\frac{d}{2}}$$

$$J_o = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\pi r^4}{2}$$

เนื่องจากวงกลมมีลักษณะสมมาตรรอบแกน x และ y ที่ผ่านจุดศูนย์กลาง o

$$\therefore I_x = I_y$$

แต่ (จากสมการ(6.3))

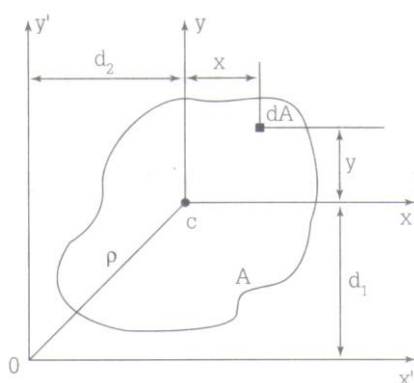
$$J_o = I_x + I_y$$

$$\therefore I_x = I_y = \frac{J_o}{2} = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\pi r^4}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{รัศมีใจเรชั่น} \quad r_x = r_y &= \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4}}} \\ &= \frac{d}{4} \quad \text{หรือ} \quad \frac{r}{2} \end{aligned}$$

4. ทฤษฎีแกนขนาน (Parallel – Axis Theorem)

ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจะขึ้นอยู่กับแกนอ้างอิง ดังนั้นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่เดียวกันรอบแกนอ้างอิงที่ต่างกันจะมีค่าไม่เท่ากัน แต่ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ (ซึ่งเป็นค่าคงที่) จะเป็นค่าคงที่ ในทางปฏิบัติเรามักจะหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อย ของพื้นที่รอบแกนใด ๆ ที่ขนานกับแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ โดยใช้ “ทฤษฎีแกนขนาน” (Parallel – Axis Theorem) หรือ “ทฤษฎีการย้ายแกน” (Transfer Theorem)



รูปที่ 6.2

ลองพิจารณาพื้นที่ A ในรูปที่ 6.2 ซึ่งมีจุดเซนทรอยด์อยู่ที่ C และ I_{xc} , I_{yc} , J_o เป็นค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ A รอบแกน x , y และ z ที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ตามลำดับ สมมติว่าเราต้องการหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกน x' , y' และ z' ซึ่งขนานกับแกน x , y และ z และมีระยะห่าง d_1 , d_2 และ ρ ตามลำดับ

$$\begin{aligned} I_{x'} &= \int_A (y')^2 dA = \int_A (y + d_1)^2 dA \\ &= \int_A y^2 dA + 2d_1 \int_A y dA + d_1^2 \int_A dA \end{aligned}$$

เนื่องจากแกน x ผ่านจุดเซนทรอยด์ C

$$\therefore \int_A y dA = 0$$

$$\text{และ } d_1^2 \int_A dA = Ad_1^2, \int_A y^2 dA = I_{xc}$$

$$I_{x'} = I_{xc} + Ad_1^2 \quad \dots\dots\dots (6.5)$$

ในทำนองเดียวกันจะพิสูจน์ได้ว่า

$$I_{y'} = I_{yc} + Ad_2^2 \quad \dots\dots\dots (6.6)$$

$$\text{และ } J_o = I_{x'} + I_{y'}$$

$$= I_{x'} + I_{y'} + A(d_1^2 + d_2^2) \dots \dots \dots (6.7)$$

แสดงว่า “โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนใด ๆ มีค่าเท่ากับโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ที่ขนานกัน บวกกับผลคูณของพื้นที่และกำลังสองของระยะทางระหว่างแกนทั้งสองนั้น”

5. โมเมนต์ของของความเฉื่อยของรูปผสม (Moment of inertia of composite areas)

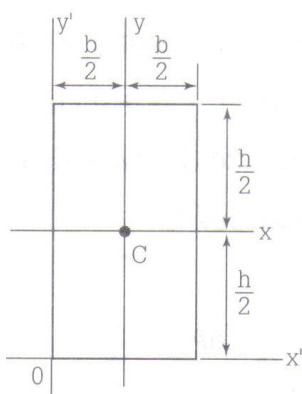
สำหรับพื้นที่รูปผสมซึ่งประกอบขึ้นด้วย พื้นที่ย่อยหลายรูปที่มีรูปทรงเรขาคณิตแตกต่างกัน การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงผสม จะหาได้โดยทฤษฎีแกนขนาน หาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของแต่ละพื้นที่ย่อยรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่นั้น ซึ่งเป็นค่าคงที่หาไว้แล้ว เป็นสูตรมาตรฐานดังแสดงไว้ในตารางของภาคผนวก แล้วย้ายแกนมายังแกนดั้งเดิมกัน และนำค่าเหล่านี้มาบวกกัน (หรือลบกันในกรณีที่เป็นรูปย่อยที่ต้องตัดออกหรือเจาะรู) เป็นค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของรูปผสมรอบแกนที่ต้องการ

$$\text{ดังนั้น } I_{x'} = \sum_{i=1}^n (I_{xc} + A d_1^2)_i$$

$$I_{y'} = \sum_{i=1}^n (I_{yc} + A d_2^2)_i$$

$$J_o = \sum_{i=1}^n (J_c + A p^2)_i$$

ตัวอย่างที่ 1. จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในตัวอย่างที่ 6.1 รอบแกน x', y' และ z'



วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 6.1 $I_{xc} = \frac{bh^3}{12}$, $I_{yc} = \frac{hb^3}{12}$

และ $J_c = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$

แทนค่าในสมการ (6.5) จะได้

$$\begin{aligned} I_{x'} &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{bh^3}{12} + (bh)\left(\frac{h}{2}\right)^2 \\ &= \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4} \\ I_{x'} &= \frac{bh^3}{3} \end{aligned}$$

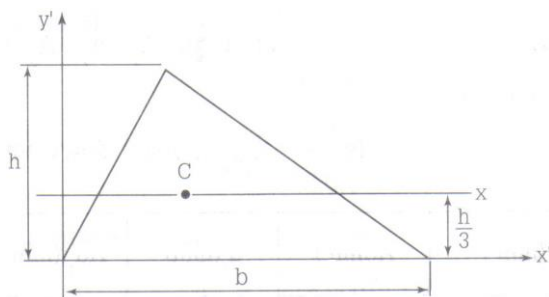
ในทำนองเดียวกัน $I_{y'} = \frac{hb^3}{3}$

และ $J_o = J_c + Ap^2$

$$= \frac{bh}{12}(b^2 + h^2) + (bh)\left[\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right]$$

$$J_o = \frac{bh}{3}(b^2 + h^2)$$

ตัวอย่างที่ 2. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมในตัวอย่างที่ 6.2 รอบแกน x ที่ผ่านจุด C

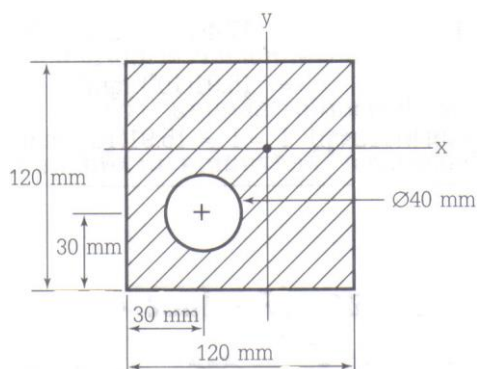


วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 6.2 ค่า I_x ซึ่งในที่นี้คือ $I_{x'}$ รอบแกนที่ผ่านฐานสามเหลี่ยม คือ

$$I_{x'} = \frac{bh^3}{12}$$

จากสมการ (6.5) $I_x = I_{xc} + Ad_1^2$

$$\frac{bh^3}{12} = I_{xc} + \left(\frac{1}{2}bh\right)\left(\frac{h}{3}\right)^2$$



$$\therefore I_{xc} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18}$$

$$I_{xc} = \frac{bh^3}{36}$$

ตัวอย่างที่ 3. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อย

ของพื้นที่ในรูปรอบแกน x และ y ที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของมันเอง

วิธีทำ แบ่งพื้นที่ย่อย คือ สี่เหลี่ยมผืนผ้า – วงกลม แล้วหาจุดเซนทรอยด์ของรูปผสมแล้วหาจุดเซนทรอยด์ของรูปผสมซึ่งหาได้จากสมการ

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{A_1 x_1 - A_2 x_2}{A_1 - A_2} \\ &= \frac{(120 \times 120)(60) - \left(\frac{\pi}{4}(40)^2\right)(30)}{(120 \times 120) - \left(\frac{\pi}{4}(40)^2\right)} = \frac{8263}{1314.3} = 62.9 \text{ mm}\end{aligned}$$

โดยลักษณะสมมาตรของรูป $\bar{y} = \bar{x} = 62.9 \text{ mm}$

ใช้ทฤษฎีแกนขนานหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของแต่ละรูปย่อยรอบแกน x และ y ที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของรูปผสมดังนี้

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\begin{aligned}I_x &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{1}{12}(120)(120)^3 + (120)(120)(62.9 - 60)^2 \\ &= 17.28(10^6) + 0.121(10^6) \\ &= 17.4 \times 10^6 \text{ mm}^4\end{aligned}$$

รูปวงกลม

$$\begin{aligned}I_x &= \frac{\pi}{12}(40)^4 + \left(\frac{\pi}{4}(40)^2\right)(62.9 - 30)^2 \\ &= 0.127(10^6) + 1.360(10^6) \\ &= 1.487 \times 10^6 \text{ mm}^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore I_x \text{ ของรูปผสม} &= 17.4(10^6) - 1.487(10^6) \\ &= 15.91 \times 10^6 \text{ mm}^4\end{aligned}$$

โดยลักษณะสมมาตรของรูป $I_y = I_x = 15.69 \times 10^6 \text{ mm}^4$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ทดสอบ

1. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเรื่อง แรงกระจาย จุดศูนย์กลางและ จุดศูนย์กลางมวล จุดศูนย์กลางจุดเซนทรอยด์ จุดศูนย์กลางมวลของรูปทรงประกอบ (30 นาที)
2. ผู้สอนเฉลยแบบทดสอบ (10 นาที)

ขั้นนำ

1. ผู้สอนพูดถึงเนื้อหาเรื่อง โมเมนต์ความเฉื่อยพื้นที่ รัศมีไจเรชั่น (10 นาที)

ขั้นสอน

1. สอนแบบบรรยายในหน่วยที่ 7 (ในหัวข้อย่อย 1,2,3) (70 นาที)
2. สอนสาธิตหลักการคำนวณตัวอย่างที่ 1 , 2,3 (20 นาที)
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนถาม (25 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกหัด (10 นาที)

ขั้นสรุป

1. สรุปเนื้อหาให้ผู้เรียนฟัง (10 นาที)

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนตามหัวข้อ 1 และทำรายงานส่ง
2. ให้ทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

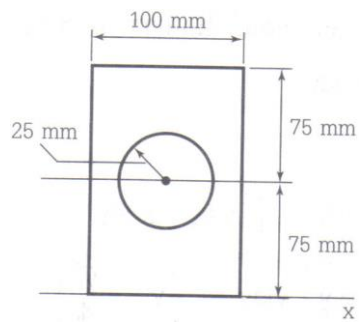
1. เอกสารประกอบการสอนเนื้อหาข้อย่อย 1
2. แผ่นใสเนื้อหาข้อย่อย 1

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ทำแบบทดสอบ

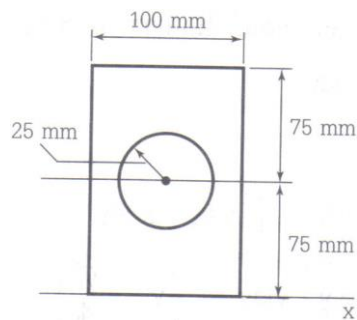
แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ในรูปผสมรอบแกน x



เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ในรูปผสมรอบแกน x



วิธีทำ แบ่งพื้นที่ย่อยออกเป็นสองส่วนคือ แผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้าและลบออกด้วยรูปวงกลม ดังรูปใช้ทฤษฎีแกนขนานหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของแต่ละรูปย่อยรอบแกน x แล้วนำมาลบกันดังนี้

$$\begin{aligned} \text{รูปวงกลม} \quad I_x &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{\pi}{4}(25)^4 + \pi(25)^2(75)^2 \\ &= 11.4 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

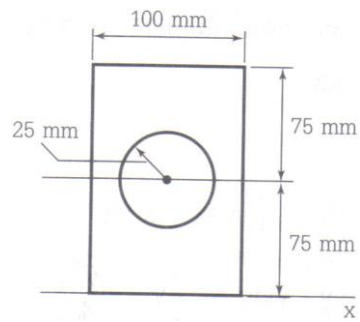
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\begin{aligned} I_x &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{(100)(150)^3}{12} + (100)(150)(75)^2 \\ &= 112.5 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น โมเมนต์ของความเฉื่อยของรูปผสมคือ} \quad I_x &= 112.5(10^6) - 11.4(10^6) \\ &= 101.1 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

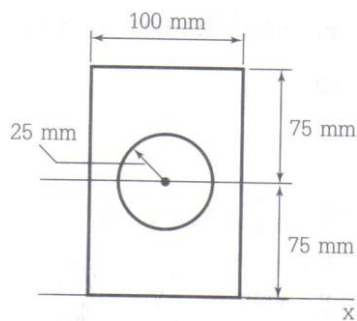
แบบทดสอบปลายปีที่ 17

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ในรูปผสมรอบแกน x



เฉลยแบบทดสอบสัปดาห์ที่ 17

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ในรูปผสมรอบแกน x



วิธีทำ แบ่งพื้นที่ย่อยออกเป็นสองส่วนคือ แผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้าและลบออกด้วยรูปวงกลม ดังรูปใช้ทฤษฎีแกนขนานหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของแต่ละรูปย่อยรอบแกน x แล้วนำมาลบกันดังนี้

$$\begin{aligned} I_x &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{\pi}{4}(25)^4 + \pi(25)^2(75)^2 \\ &= 11.4 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\begin{aligned} I_x &= I_{xc} + Ad_1^2 \\ &= \frac{(100)(150)^3}{12} + (100)(150)(75)^2 \\ &= 112.5 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

ดังนั้น โมเมนต์ของความเฉื่อยของรูปผสมคือ $I_x = 112.5(10^6) - 11.4(10^6)$

$$= 101.1 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....