

	แผนการสอน	หน่วยที่ 4
	ชื่อวิชา กลศาสตร์ของไหล รหัสวิชา 3100 – 0103	สอนครั้งที่ 7
	ชื่อหน่วย แรงที่กระทำกับวัตถุที่จมอยู่ใต้น้ำของไหล	
ชื่อเรื่อง/ชื่องาน แรงที่กระทำบนแผ่นราบที่จมใต้น้ำของไหล, จุดศูนย์กลางความดัน, แรงกระทำต่อผิวโค้งในของเหลว		จำนวน 3 ชั่วโมง
หัวข้อเรื่องและงาน 4.1 แรงที่กระทำบนแผ่นราบที่จมใต้น้ำของไหล 4.2 จุดศูนย์กลางความดัน 4.3 แรงกระทำต่อผิวโค้งในของเหลว สาระสำคัญ 1. แรงที่กระทำบนแผ่นราบที่จมใต้น้ำของไหล คือ วัตถุที่จมอยู่ในของเหลวจะถูกแรงดันของของเหลวกระทำในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวโดยแรงดันจะเพิ่มมากขึ้นตามความลึกของของเหลว 2. จุดศูนย์กลางความดัน คือ การหาตำแหน่งที่ของจุดที่แรงรวม 3. แรงกระทำต่อผิวโค้งในของเหลว คือ แรงที่เกิดจากความดันของของเหลวที่กระทำต่อผิวโค้ง สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณวิชาชีพ) 1. กำหนดหาแรงที่กระทำบนแผ่นราบที่จมอยู่ใต้น้ำของเหลวได้อย่างถูกต้อง 2. กำหนดหาจุดศูนย์กลางความดันที่จมอยู่ใต้น้ำของเหลวได้อย่างถูกต้อง 3. กำหนดหาแรงที่กระทำต่อผิวโค้งในของเหลวได้อย่างถูกต้อง 4. กำหนดหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางความดันที่กระทำต่อผิวโค้งในของเหลวได้อย่างถูกต้อง		

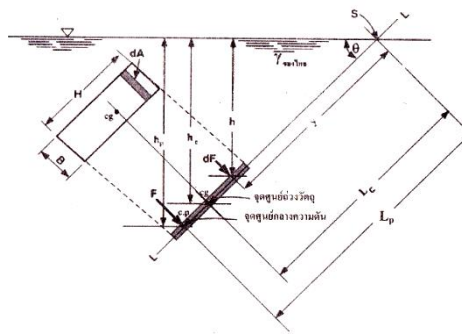
เนื้อหาสาระ

แรงที่กระทำกับวัตถุที่จมอยู่ใต้อ่างน้ำ

เมื่อวัตถุใด ๆ ที่จมอยู่ในของไหลสถิต จะมีแรงจากของไหลกระทำกับวัตถุนั้น ๆ แรงที่ของไหลกระทำจะมีทิศทางตั้งฉากกับผิวของวัตถุ ในบทนี้จะกล่าวถึงวัตถุที่จมอยู่ในของเหลวที่มีลักษณะเป็นแผ่นราบที่วางอยู่ในแนวระนาบและวางอยู่ในแนวเอียง และวัตถุผิวโค้ง ตลอดจนหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางความดันที่แรงจากของเหลวกระทำต่อวัตถุ

4.1 แรงที่กระทำบนแผ่นราบที่จมอยู่ใต้อ่างน้ำ

วัตถุที่จมอยู่ในของเหลวจะถูกแรงดันของของเหลวกระทำในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวโดยแรงดันจะเพิ่มมากขึ้นตามความลึกของของเหลว พิจารณาแผ่นราบที่จมอยู่ใต้อ่างน้ำ ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แรงที่ของไหลกระทำบนแผ่นราบ

จากรูปขนาดแรง dF บนพื้นที่เล็ก ๆ dA ของระนาบมีขนาดดังนี้

$$dF = p(dA) = \gamma \cdot h(dA)$$

เมื่อ h คือ ความลึกจากผิวของเหลวถึงจุดที่แรง dF กระทำ

$$h = y \cdot \sin \theta$$

ดังนั้น $dF = \gamma (y \cdot \sin \theta) (dA)$

แรงรวม F ที่กระทำบนแผ่นระนาบที่จมอยู่เท่ากับผลรวมของแรงเล็ก ๆ dF ทั้งหมด หรือสมการดังนี้

$$F = \int_A dF = \int_A \gamma (y \cdot \sin \theta) (dA) = \gamma \sin \theta \int_A y dA$$

จากนิยามจุดศูนย์กลางถ่วงจะได้ว่า

$$\int_A y dA = L_c \cdot A$$

$$\text{ดังนั้น } F = \gamma (y \cdot \sin \theta) (L_c \cdot A)$$

จากรูป h_c กำหนดให้เป็นความลึกจากผิวของเหลวถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ระนาบที่จมอยู่ในของเหลว ซึ่งมีค่า

$$h_c = L_c \cdot \sin \theta$$

ดังนั้นสามารถเขียนสมการของแรงลัพธ์ได้ดังนี้

$$F = h_c \gamma . A \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

เมื่อ F คือ แรงรวมอันเนื่องมาจากความดันที่กระทำกับแผ่นราบที่จมอยู่ในของเหลว (N)
 γ คือ น้ำหนักจำเพาะของของเหลว (N)
 A คือ พื้นที่ของแผ่นราบที่จมอยู่ในของเหลว (m²)
 h_c คือ ระยะทางตามแนวตั้งจากผิวของเหลวถึงจุดศูนย์กลางของแผ่นราบ (m)

4.2 จุดศูนย์กลางความดัน

การหาตำแหน่งที่ของจุดที่แรงรวม อันเนื่องมาจากความดันที่กระทำต่อแผ่นราบที่จมในของเหลว เรียกว่าจุดศูนย์กลางของความดัน ซึ่งสามารถหาได้โดยหาโมเมนต์ของราบบนพื้นที่เล็ก ๆ พิจารณารูปที่

4.1

$$\begin{aligned} dM &= dF.y \\ \text{เมื่อ} \quad dF &= \gamma (\sin \theta)(dA) \\ \text{ดังนั้น} \quad dM &= [\gamma (y. \sin \theta) (dA)].y \\ dM &= \gamma (\sin \theta) (y^2.dA) \end{aligned}$$

โมเมนต์ของแรงลัพธ์ (f) กระทำที่จุดศูนย์กลางความดันเป็นระยะ L_p รอบแกน S จะได้

$$F.L_p = \int \gamma . \sin \theta (y^2 . dA) = \gamma \sin \theta \int (y^2 dA)$$

เมื่อ $\int (y^2 dA)$ เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ ใช้สัญลักษณ์แทนว่า I

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad F . L_p &= \gamma . \sin \theta (I) \\ L_p &= \frac{\gamma . \sin \theta . I}{F} = \frac{\gamma . \sin \theta . I}{\gamma . \sin \theta (L_c . A)} \end{aligned}$$

$$L_p = \frac{I}{L_c . A} \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

แต่ค่า I จากทฤษฎีแกนขนาน สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$I = I_c + A . L_c^2$$

ดังนั้นในสมการ 4.2 จะได้

$$\begin{aligned} L_p &= \frac{I}{L_c . A} = \frac{I + A . L_c^2}{L_c . A} \\ L_p &= L_c + \frac{I_c}{L_c . A} \end{aligned}$$

เมื่อ L_c คือ ระยะจากผิวของเหลวถึงจุดศูนย์กลางของวัตถุตามแนวแกน $L-L$

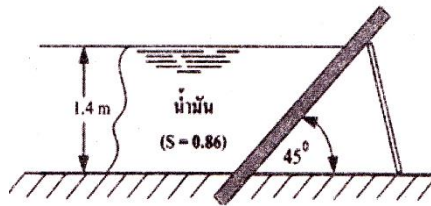
I_c คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ผิววัตถุรอบแกนศูนย์กลาง

L_p คือ ระยะทางจากผิวของเหลวถึงจุดศูนย์กลางความดันตามแนวแกน $L-L$

และจากรูปที่ 4.1 สามารถหาดำเน่งจุดศูนย์กลางความดัน จากผิวอิสระของเหลวถึงจุดศูนย์กลางความดันในแนวดิ่งได้จากสมการ

$$h_p = L_p \cdot \sin \theta \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

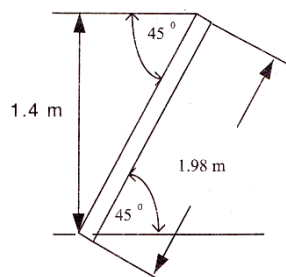
ตัวอย่างที่ 4.1 จงคำนวณหาแรงและตำแหน่งศูนย์กลางความดันของน้ำมันที่กระทำต่อผนังเรียบดังแสดงในรูป กำหนดให้ผนังยาว 4 m และน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะ 0.86



วิธีทำ หาระยะ
$$h_c = \frac{1.4}{2} = 0.7 \text{ m}$$

น้ำหนักจำเพาะน้ำมัน $\gamma = S \cdot \gamma = 0.86 \times 9.81$

หาความยาวของผนังเรียบในแนวเอียงจากกฎของ sine จะได้



$$\frac{H}{\sin 90} = \frac{1.4}{\sin 45}$$

$$H = 1.98 \text{ m}$$

หาพื้นที่ผนังเรียบที่สัมผัสน้ำมัน

$$A = B \cdot H = 4 \times 1.98 = 7.92 \text{ m}^2$$

หาแรงที่กระทำกับผนังเรียบจากสมการ

$$F = h_c \gamma A$$

$$F = 0.7 \times 8.44 \times 7.92$$

$$F = 46.79 \text{ KN}$$

โมเมนต์ความเฉื่อย
$$I_c = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{4 \times (1.98)^3}{12} = 2.587 \text{ m}^4$$

หาระยะ L_c
$$L_c = \frac{h_c}{\sin 45} = \frac{0.7}{\sin 45} = 0.99 \text{ m}$$

หาจุดศูนย์กลางความดัน
$$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c \cdot A}$$

$$L_p = 0.99 + \frac{2.587}{(0.99 \times 7.92)}$$

$$L_p = 1.32 \text{ m}$$

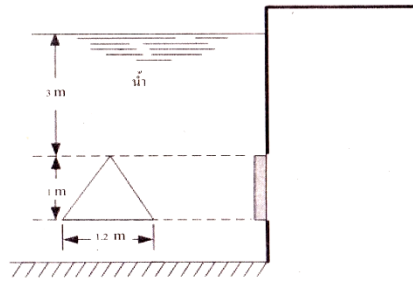
หรือวัดในแนวดิ่งจากผิวน้ำมันถึงตำแหน่งจุดศูนย์กลางความดันจะได้

$$h_p = L_p \cdot \sin \theta = 1.32 \times \sin 45$$

$$h_p = 0.933 \text{ m} \quad (\text{วัดจากผิวน้ำมันลงมา})$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.2 ประตูกั้นน้ำรูปสามเหลี่ยมอยู่ในแนวตั้ง ความยาวฐาน 1.2 m สูง 1 m ดังรูปจงคำนวณหาขนาดของแรงและตำแหน่งจุดศูนย์กลางความดันที่แรงกระทำกับประตูน้ำ



วิธีทำ หาพื้นที่ของประตูน้ำรูปสามเหลี่ยม $A = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 1 = 0.6 \text{ m}^2$
 หาระยะ $\bar{y} = \frac{H}{3} = \frac{1}{3} = 0.333 \text{ m}$ (วัดจากฐานขึ้นไปถึงจุดศูนย์กลาง)
 ดังนั้นระยะจากยอดสามเหลี่ยมถึงจุดศูนย์กลางถ่วง = $1 - 0.333 = 0.667 \text{ m}$
 หาระยะ h_c จากผิวน้ำถึงจุดศูนย์กลางถ่วง $h_c = 3 + 0.667 = 3.667 \text{ m}$
 หาแรงที่กระทำกับผนังเรียบ $F = h_c \gamma A$

$$= 3.667 \times 9.81 \times 0.6$$

$$F = 21.58 \text{ kn}$$

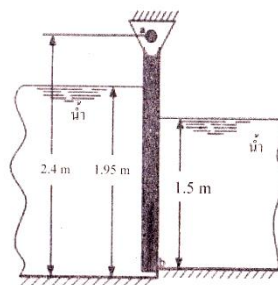
หาโมเมนต์ความเฉื่อย $I_c = \frac{BH^3}{36} = \frac{1.2 \times (1)^3}{36} = 0.0333 \text{ m}^4$
 เนื่องจากประตูน้ำอยู่ในแนวตั้งดังนั้นระยะ $h_c = L_c + 3.667 \text{ m}$
 หาจุดศูนย์กลางความดัน $h_c = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$

$$L_p = 3.667 + \frac{0.0333}{(3.667 \times 0.6)}$$

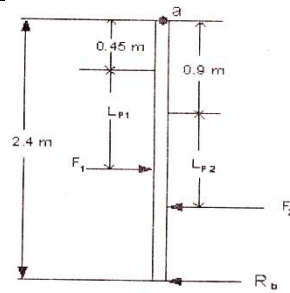
$$L_p = 3.682 \text{ m}$$

ดังนั้นตำแหน่งที่แรงน้ำกระทำกับประตูน้ำคือ 3.682 m (วัดจากผิวน้ำลงมา) **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.3 ประตูน้ำดังรูป กว้าง 1.6 m ถ้าไม่คิดน้ำหนักของประตู จงคำนวณหาแรงในแนวราบที่ปลายด้านล่างของประตู(จุด b)



วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระ



พิจารณาด้านซ้ายมือ

$$\begin{aligned} \text{หาแรงที่กระทำ} \quad F_1 &= h_c \gamma A \\ &= \frac{1.95}{2} \times 9.81 \times (1.95 \times 1.6) \\ F_1 &= 29.84 \text{ kN} \end{aligned}$$

หาจุดศูนย์กลางความดัน

$$\begin{aligned} L_{p1} &= L_c + \frac{I_c}{L_c A} \\ &= 0.975 + \frac{[1.6 \times (1.95)] / 12}{0.975 \times (1.95 \times 1.6)} \\ L_{p1} &= 1.30 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาด้านขวามือ

$$\begin{aligned} \text{หาแรงที่กระทำ} \quad F_2 &= h_c \gamma_{น้ำ} A \\ &= \frac{1.5}{2} \times 9.81 \times (1.5 \times 1.6) \\ F_2 &= 17.66 \text{ kN} \end{aligned}$$

หาจุดศูนย์กลางความดัน

$$\begin{aligned} L_{p2} &= L_c + \frac{I_c}{L_c A} \\ &= 0.75 + \frac{[1.6 \times (1.5)^3] / 12}{0.75 \times (1.5 \times 1.6)} \\ L_{p2} &= 1.0 \text{ m} \end{aligned}$$

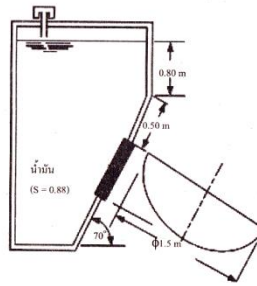
สมดุลโมเมนต์รอบจุด a ($\Sigma M_A = 0$)

$$\begin{aligned} F_1 \times (L_{p2} + 0.45) &= F_2 \times (L_{p2} + 0.95) + (2.4)R_b \\ 29.84 \times (1.3 + 0.45) &= 17.66 \times (1 + 0.9) + (2.4)R_b \\ R_b &= 7.78 \text{ kN} \end{aligned}$$

ดังนั้นแรงปฏิกิริยาที่จุด b กระทำกับปลายด้านล่างประตูน้ำเท่ากับ 7.78 kN

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4 จงคำนวณหาแรงและตำแหน่งศูนย์กลางความดันของน้ำมันที่กระทำต่อประตูครึ่งวงกลม



วิธีทำ น้ำหนักจำเพาะน้ำมัน $\gamma_{\text{น้ำมัน}} = S \cdot \gamma_{\text{น้ำ}} = 0.88 \times 9.81 = 8.633 \text{ kN/m}^3$
หาพื้นที่ประตูครึ่งวงกลม

$$A = \frac{\pi(d)^2}{8} = \frac{\pi(1.5)^2}{8} = 0.8836 \text{ m}^2$$

หาระยะจุดศูนย์กลางถ่วงของรูปครึ่งวงกลม

$$\bar{y} = 0.212D = (0.22)(1.5) = 0.318 \text{ m}$$

หาระยะความสูงจากผิวน้ำมันถึงจุดศูนย์กลางของประตูในแนวดิ่ง

$$h_c = 0.8 + (0.5 + 0.318) \sin 70 = 1.569 \text{ m}$$

หาแรงที่กระทำต่อประตู

$$F = h_c \cdot \gamma_{\text{น้ำมัน}} \cdot A$$

$$= (1.569)(8.633)(0.8836)$$

$$F = 11.97 \text{ kN}$$

โมเมนต์ความเฉื่อย $I_c = (6.86 \times 10^{-3}) D^4 = (6.86 \times 10^{-3})(1.5)^4 = 0.0347 \text{ m}^4$

หาระยะ $L_c = \frac{h_c}{\sin 70} = \frac{1.569}{\sin 70} = 1.670 \text{ m}$

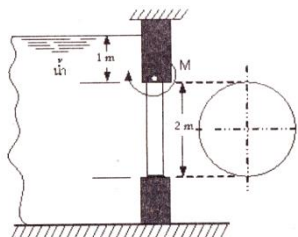
หาจุดศูนย์กลางความดัน $L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c \cdot A}$

$$L_p = 1.670 + \frac{0.0347}{(1.670 \times 0.8836)}$$

$$L_p = 1.693 \text{ m}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.5 จงคำนวณหาค่าโมเมนต์ ซึ่งกระทำรอบจุดหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา เพื่อให้ประตูน้ำรูปวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 m ปิดอยู่ดังในรูป



วิธีทำ น้ำหนักจำเพาะของน้ำ $\gamma_{น้ำ} = 9.81 \text{ kN/m}^3$

หาพื้นที่ประตุน้ำรูปวงกลม $A = \frac{\pi(d)^2}{4} = \frac{\pi(2)^2}{4} = 3.14 \text{ m}^2$

หาระยะความสูงจากน้ำมันถึงจุดศูนย์กลางของประตูในแนวดิ่ง

$$h_2 = 1 + \frac{2}{2} = 2 \text{ m}$$

หาแรงกระทำต่อประตู

$$F = h_c \cdot \gamma \cdot A$$

$$= (2) (9.81) (3.14)$$

$$F = 61.61 \text{ kN}$$

โมเมนต์ความเฉื่อย $I_c = \frac{\pi(D)^4}{64} = \frac{\pi(2)^4}{64} = 0.785 \text{ m}^4$

เนื่องจากประตูน้ำอยู่ในแนวดิ่ง ดังนั้นระยะ $h_c = L_c = 2 \text{ m}$

หาจุดศูนย์กลางความดัน $L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c \cdot A}$

$$L_p = 2 + \frac{0.785}{2 \times 3.14}$$

$$L_p = 2.125 \text{ m (วัดจากผิวน้ำลงมา)}$$

ระยะจากจุดหมุนถึงตำแหน่งที่แรงกระทำกับประตูน้ำ

$$L = 2.125 - 1 = 1.125 \text{ m}$$

หาโมเมนต์รอบจุดหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

$$M = F \cdot L$$

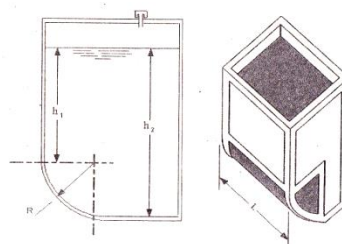
$$= 61.61 \times 1.125$$

$$M = 69.31 \text{ kN.m}$$

ดังนั้นโมเมนต์ที่ต้านไม่ให้ประตูน้ำเปิดมีค่าเท่ากับ 69.31 kn.m **ตอบ**

4.3 แรงกระทำต่อผิวโค้งในของเหลว

ในกรณีแผ่นผิวโค้งที่จมอยู่ในของเหลว ดังรูปที่ 4.2 แรงที่เกิดจากความดันของของเหลว จะกระทำตั้งฉากกับผิวหน้าทุก ๆ จุดวิธีการหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อผิวโค้งจะใช้การรวมแรงแบบเวกเตอร์ใน 2 มิติ โดยการรวมแรงประกอบย่อยของแรงในสองทิศทางคือ แนวระดับและแนวดิ่ง



รูปที่ 4.2 ถึงผิวโค้งบรรจุของเหลวสถิต

4.3.1 แรงประกอบในแนวระดับ (Horizontal Component)

แรงประกอบในแนวระดับที่กระทำต่อผนังผิวโค้ง เท่ากับแรงดันที่ของเหลวกระทำต่อพื้นที่
ฉายบนระนาบในแนวตั้งของผิวโค้งนั้น

พิจารณารูปที่ 4.3 แสดงการวิเคราะห์แรงประกอบในแนวระดับที่กระทำบนผนังผิวโค้งของถัง
บรรจุของเหลวชนิดหนึ่ง

เมื่อ F_{2b} คือ แรงเนื่องจากของเหลวที่กระทำต่อพื้นที่ฉายบนระนาบในแนวของผิวโค้ง

F_H คือ แรงปฏิกิริยาในแนวระดับที่ผนังผิวโค้งกระทำต่อของเหลวเพื่อให้ผนังผิว
โค้งอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้น

$$F_{2b} = F_H \quad (\text{ทิศทางตรงกันข้าม})$$

การหาขนาดของแรง F_H สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$F_H = \gamma \cdot h_c \cdot A_{\text{ภาพฉาย}} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

เมื่อ γ คือ น้ำหนักจำเพาะของของเหลว (N/m^3)

A คือ ระยะความลึกในแนวตั้งจากผิวอิสระของเหลวถึงจุดศูนย์กลางของพื้นที่ฉายใน
แนวตั้งของแผ่นผิวโค้ง (m) สามารถหาได้จาก

$$h_c = h + \frac{S}{2}$$

A คือ พื้นที่ฉายในแนวตั้งของแผ่นผิวโค้งสามารถหาได้จาก

$$A = S \cdot L$$

การหาจุดศูนย์กลางความดันของแรงในแนวระดับของวัตถุผิวโค้ง สามารถหาได้จาก

$$H_p = h_c + \frac{I_c}{L_c \cdot A} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

ซึ่งพื้นที่ฉายในแนวตั้งของผิวโค้งเป็นรูปสี่เหลี่ยม

$$A = S \cdot L$$

$$I_c = LS^3 / 12$$

ดังนั้นสมการ 4.5 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

$$H_p = h_c + \frac{L \cdot S^2}{12(h_c)(S \cdot L)}$$

$$H_p = h_c + \frac{S^2}{12(h_c)} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

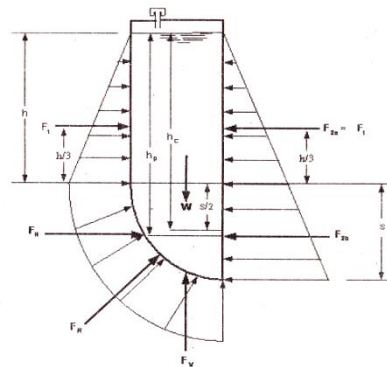
4.3.2 แรงประกอบในแนวดิ่ง (Vertical Component)

แรงประกอบในแนวดิ่งที่กระทำต่อผนังผิวโค้ง มีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่อยู่เหนือผนังผิวโค้งในแนวดิ่งขึ้นไปจนถึงผิวอิสระ ซึ่งแนวกระทำของแรงประกอบในแนวดิ่งจะผ่านจุดศูนย์กลางของปริมาตรเหนือผิวโค้งไม่ว่าจะเป็นปริมาตรจริง หรือปริมาตรสมมติก็ตาม

การหาขนาดของแรง F_v สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$F_v = \gamma \cdot V$$

.....(4.7)



รูปที่ 4.3 แรงดันที่กระทำต่อผนังผิวโค้ง

4.3.3 การคำนวณหาแรงลัพธ์ (F_R) ของเหลวนบนผนังผิวโค้ง

$$F_R = \sqrt{F_H^2 \pm F_V^2}$$

.....(4.8)

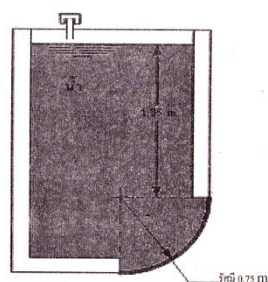
4.3.4 ทิศทางของแรงลัพธ์

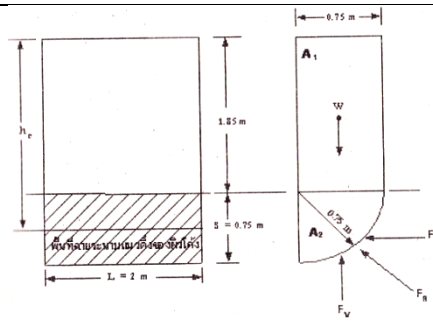
$$\theta = \tan^{-1}(F_v/F_H)$$

.....(4.9)

เมื่อมุม θ เป็นมุมที่เทียบกับแนวระดับ

ตัวอย่างที่ 4.6 จงคำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อส่วนโค้งก้นถังน้ำซึ่งมีรัศมี 0.75 m และถึงน้ำมีความยาว 2 m





วิธีทำ

เขียนแผนภาพอิสระ

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $A_1 = 0.75 \text{ m} \times 1.85 \text{ m} = 1.388 \text{ m}^2$

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมวงกลม $A_2 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi(0.75)^2}{4} = 0.442 \text{ m}^2$

หาน้ำหนักของของไหล $W = \gamma V = \gamma (A_1 + A_2) \cdot L$

$$W = (9.81 \text{ kN/m}^3) \times [(1.388 + 0.442) \text{ m}^2] \times 2 \text{ m}$$

$$W = 35.90 \text{ kN}$$

ดังนั้น $F_v = 35.89 \text{ kN}$ ซึ่งเป็นแรงที่กระทำขึ้นผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร

หาระยะความสูงจากผิวน้ำถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของภาพฉายในแนวดิ่ง

$$H_C = 1.85 \text{ m} + \frac{0.75}{2} \text{ m} = 2.225 \text{ m}$$

หาแรงในแนวราบ $F_H = \gamma \cdot h_C \cdot A_{\text{ภาพฉาย}}$

$$F_H = \left(9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}\right) \times 2.225 \text{ m} \times (0.75 \text{ m} \times 2 \text{ m})$$

$$F_H = 32.74 \text{ kN}$$

หาแรงลัพธ์

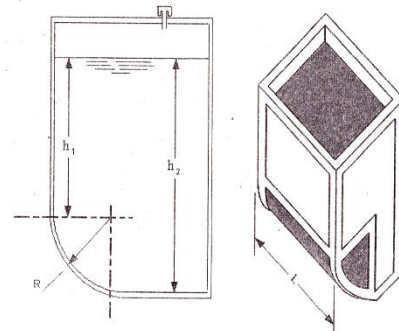
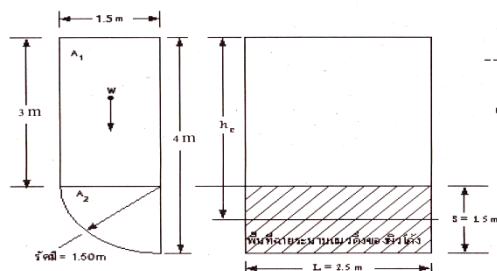
$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_v^2}$$

$$= \sqrt{(32.74)^2 + (35.90)^2}$$

$$F_R = 48.58 \text{ kN}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.7 จงคำนวณหาแรงลัพธ์และตำแหน่งของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อส่วนโค้งกันดั้งรูปกำหนดให้ถึงยาว 2.5 m



วิธีทำ

เขียนแผนภาพอิสระ

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $A_1 = 3 \text{ m} \times 1.5 \text{ m} = 4.5 \text{ m}$

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมวงกลม $A_2 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi(1.5)^2}{4} = 1.767 \text{ m}^2$

หาน้ำหนักของของไหล $W = \gamma \cdot V = \gamma (A_1 + A_2)L$
 $W = \left(9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}\right) \times [(4.5 + 1.767)\text{m}^2] \times 2.5 \text{ m}$
 $W = 153.70 \text{ kN}$

ดังนั้น $F_v = 153.70 \text{ kN}$ ซึ่งเป็นแรงที่กระทำขึ้นผ่านจุดศูนย์กลางของปริมาตร
 หาระยะความสูงจากผิวน้ำถึงจุดศูนย์กลางของภาพฉายในแนวดิ่ง

$$h_c = 3\text{m} + \frac{1.5}{2}\text{m} = 3.75 \text{ m}$$

หาแรงในแนวราบ $F = \gamma \cdot h_c \cdot A_{\text{ภาพฉาย}}$
 $F_H = \left(9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}\right) \times 3.75 \text{ m} \times (1.5 \times 2.5 \text{ m})$
 $F_H = 137.95 \text{ kN}$

หาแรงลัพธ์ $F_R = \sqrt{F_H^2 + F_v^2}$
 $= \sqrt{(137.95)^2 + (153.70)^2}$
 $F_R = 206.53 \text{ kN}$

หามุมที่แรงลัพธ์กระทำ $\theta = \tan^{-1}(F_v/F_H)$
 $= \tan^{-1}(153.70/137.95)$
 $\theta = 48.1$

หาตำแหน่งที่แรงกระทำผ่านจุดศูนย์กลางในแนวราบ

$$X = \frac{A_1 X_1 + A_2 X_2}{A_1 + A_2}$$

X_1 คือ ระยะจุดศูนย์กลางในแนวแกน x ของรูปสี่เหลี่ยม (A_1)

$$X_1 = \frac{B}{2} = \frac{1.5}{2} \text{ m} = 0.75 \text{ m}$$

X_2 คือ ระยะจุดศูนย์กลางในแนวแกน x ของรูปสี่เหลี่ยมวงกลม (A_2)

$$X_2 = 0.424 R = 0.424 \times 1.5 \text{ m} = 0.636 \text{ m}$$

ดังนั้นจุดศูนย์กลางของถังน้ำจะได้

$$X = \frac{(4.5 \text{ m})(0.75 \text{ m}) + (1.76)(0.636)}{(4.50 + 1.767)}$$

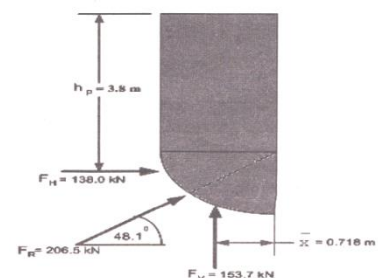
$$X = 0.718 \text{ m}$$

หาระยะความสูงที่แรงกระทำในแนวดิ่งจากผิวน้ำลงมา

$$H_p = h_c + \frac{s^2}{(12h_c)}$$

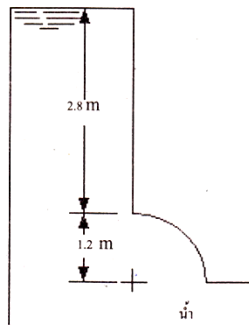
$$= 3.75 + \frac{1.5^2}{(12 \times 3.75)}$$

$$h_p = 3.8 \text{ m}$$

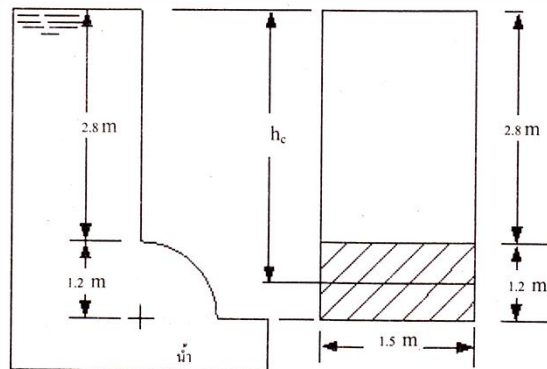


ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.8 จงหาแรงในแนวนอนและแนวตั้งที่กระทำต่อผิวโค้งที่อยู่เหนือผิวน้ำ โดยผนังโค้งมีความยาว 1.5 m



วิธีทำ เขียนภาพฉาย



หาระยะความสูงจากผิวน้ำถึงจุดศูนย์กลางของภาพฉายในแนวตั้ง

$$H_C = 2.8 \text{ m} + \frac{1.2}{2} \text{ m} = 3.4 \text{ m}$$

หาแรงในแนวนอน (F_H)

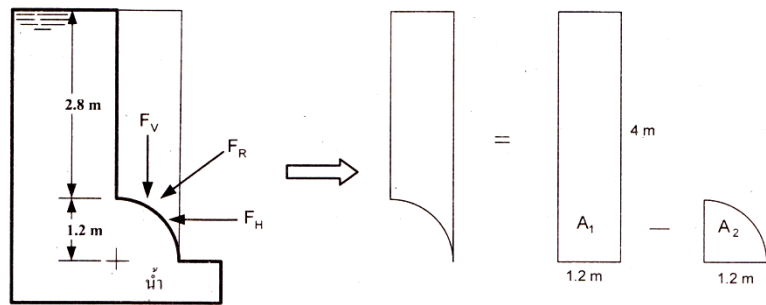
$$F_H = \gamma \cdot h_C \cdot A_{\text{ภาพฉาย}}$$

$$F_H = \left(9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \times 3.4 \text{ m} \times (1.5 \times 1.2 \text{ m})$$

$$F_H = 60.04 \text{ kN}$$

หาแรงในแนวตั้ง (F_V)

ในกรณีที่ของเหลวอยู่ต่ำกว่าผิวโค้ง จำเป็นต้องสร้างของเหลวสมมติขึ้นเหนือโค้ง โดยมีความสูงถึงผิวอิสระ ดังรูป



หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $A_1 = 4 \text{ m} \times 1.2 \text{ m} = 4.8 \text{ m}^2$

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมวงกลม $A_2 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi (1.2)^2}{4} = 1.13 \text{ m}^2$

แรงในแนวดิ่ง (F_V)

$$F_V = \gamma \cdot V = \gamma (A_1 - A_2) L$$

$$= \left(9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \times [(4.8 - 1.131) \text{m}^2] \times 1.5 \text{ m}$$

$$F_V = 59.99 \text{ kN}$$

หาแรงลัพธ์

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

$$= \sqrt{(60.04)^2 + (59.99)^2}$$

$$F_R = 80.74 \text{ kN}$$

ตอบ

สรุปท้ายบท

การหาแรงที่กระทำต่อวัตถุแผ่นราบที่จมอยู่ในของเหลวสามารถสรุปเป็นขั้นตอนดังนี้

1. หาพื้นที่ผืนที่สัมผัสกับของเหลว (A)
2. หาค่าหนึ่งของจุดศูนย์กลางถ่วงของแผ่นราบ (y)
3. หาระยะความลึกแนวตั้งจากผิวอิสระของเหลวถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของแผ่นราบ(h_c)
4. คำนวณหาแรงรวมที่กระทำต่อพื้นที่จากสมการ $F = h_c \cdot \gamma \cdot A$
5. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อย (I_c) ของพื้นที่ระนาบรูปทรงเรขาคณิต
6. คำนวณหาค่าหนึ่งจุดศูนย์กลางถ่วงความดันของแผ่นราบที่จมอยู่ได้ของเหลว

จากสมการ $L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c \cdot A}$

การหาแรงที่กระทำต่อวัตถุแผ่นผิวโค้งที่จมอยู่ในของเหลวสามารถสรุปเป็นขั้นตอนดังนี้

1. เขียนพื้นที่ฉายแนวตั้งของผิวโค้ง และหาความสูงของแผ่นผิวโค้ง (s)
2. หาพื้นที่ฉายแนวตั้งของผิวโค้งจาก $A \cdot s \cdot l$
3. คำนวณหาระยะ h_c จากสมการ $h_c = h + \frac{s}{2}$
4. คำนวณหาแรงประกอบแนวระดับจากสมการ $F_H = \gamma \cdot h_c \cdot A_{\text{ภาพฉาย}}$
5. คำนวณหาค่าหนึ่งจุดศูนย์กลางถ่วงความดันที่แรงกระทำในแนวระดับจากสมการ

$$H_p = h_c + \frac{s^2}{(12h_c)}$$

6. หาแรงประกอบแนวตั้งจากสมการ $F_v = \gamma \cdot V$
7. หาแรงลัพธ์จากสมการ $F_R = \sqrt{F_H^2 + F_v^2}$
8. หาทิศทางของแรงลัพธ์จากสมการ $\theta = \tan^{-1}(F_v/F_H)$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ขั้นนำ

1. กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพที่แสดงรูปต่าง ๆ ของแรงที่กระทำต่อของเหลวแต่ละประเภทมาให้ให้นักศึกษาดูแล้วอธิบายภาพนั้น

ขั้นสอน

1. แจกจุดประสงค์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมินผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่
นักศึกษา

2. บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 4

3. สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 4.1 4.5 และ 4.7

4. ให้ทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้นักศึกษาถาม

ขั้นสรุป

1. ผู้สอนสรุปเนื้อหาให้นักศึกษาฟัง และถามนักศึกษาในเรื่องที่เรียน

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้นักศึกษาไปศึกษาเนื้อหาตัวอย่างที่ 4.1 4.5 และ 4.7 เพื่อทำแบบทดสอบที่ 2 และ 4
สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 4

2. แผ่นใสหน่วยที่ 4 ตัวอย่างที่ 4.1 4.5 และ 4.7

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน

2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย

3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน

4. ให้ทำแบบทดสอบ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงหาแรงต้านจากความเสียดทานบนผิวเพียงด้านเดียวของแผ่นวัตถุที่กว้าง 15 cm ยาว 50 cm ที่วางตามแนวยาวอยู่ในน้ำมันดิบที่มีอุณหภูมิ 20°C เมื่อน้ำมันดิบนี้ไหลด้วยความเร็ว 60 cm/s และให้หาความหนาของชั้นบาวดารีเลเยอร์กับความเค้นเฉือนที่ขอบทางด้านได้น้ำของแผ่นวัตถุ กำหนดให้น้ำมันดิบมีค่าความถ่วงจำเพาะ $s = 0.925$
2. จงหาแรงต้านจากความเสียดทานที่ผิวด้านบนและด้านข้างของรถแวนทรงกล่องสี่เหลี่ยมขนาด กว้าง 2.5 m สูง 3m และยาว 10 m เมื่อแล่นผ่านลม ($\rho = 1.16 \text{ kN/m}^3$) ที่อุณหภูมิ 10°C ด้วยความเร็ว 97 ทั้งนี้โดยสมมุติว่าหัวรถนั้นโค้งมนจนกระทั่งลมนั้นไม่ไหลแยกตัวออกจากผิวด้านบนและด้านข้างของตัวรถ ()นอกจากนี้ยังสมมุติอีกด้วยว่าถึงแม้ผิวด้านบนและด้านข้างเป็นผิวที่ค่อนข้างเรียบก็ตามแต่ก็มีความหยาบเพียงพอที่จะทำให้เกิดชั้นบาวดารีเลเยอร์ที่ไหลแบบเทอร์บิวเลนซ์ขึ้นตั้งแต่ขอบทางด้านคันลมน
3. เรือดำรูปทรงกระบอกขนาดเล็ก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m ยาว 15 m แล่นอยู่ในทะเลที่ระดับความลึกค่าหนึ่งด้วยความเร็ว 5.6 km/h จงหา
 - ก) แรงต้านจากความเสียดทาน
 - ข) ความขรุขระวิกฤตตรงจุดที่อยู่ห่างจากหัวเรือ 0.3 m
 - ค) ความสูงของความขรุขระที่ผิวจุดที่อยู่กึ่งกลางลำเรือซึ่งเป็นจุดที่ถือว่าเป็นผิวหยาบ
4. จงใช้ข้อมูลจากข้อที่ 3 เพื่อหาแรงต้านรวมที่ลมกระทำกับรถแวน สมมุติให้ $C_D = 0.45$ มีค่าเท่ากับ 0.45
5. จงหาความถี่จากการแกว่งของเส้นลวดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm เมื่อมีลมอุณหภูมิ -20°C ที่ระดับน้ำทะเลพัดผ่านด้วยความเร็ว 15 m/s

เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงหาแรงต้านจากความเสียดทานบนผิวเพียงด้านเดียวของแผ่นวัตถุที่กว้าง 15 cm ยาว 50 cm ที่วางตามแนวยาวอยู่ในน้ำมันดิบที่มีอุณหภูมิ 20°C เมื่อน้ำมันดิบนี้ไหลด้วยความเร็ว 60 cm/s และให้หาความหนาของชั้นบาวคาร์เลเยอร์กับความเค้นเฉือนที่ขอบทางด้านได้น้ำของแผ่นวัตถุ กำหนดให้น้ำมันดิบมีค่าความถ่วงจำเพาะ $s = 0.925$

วิธีทำ น้ำมันดิบ $S = 0.925$, อุณหภูมิ 20°C จะมีความหนืด $V = 0.79 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\begin{aligned}\therefore N_R &= \frac{LU}{V} = \frac{0.50 \times 0.6}{0.79 \times 10^{-4}} \\ &= 3,800\end{aligned}$$

เนื่องจาก $N_R < 500,000$ ดังนั้นลักษณะการไหลภายในชั้นบาวคาร์เลเยอร์ก็จะเป็นการไหลแบบลามินาร์ทั้งแผ่น และจากสมการ (10.14) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}C_f &= 1.328 / \sqrt{N_R} \\ &= 1.328 / \sqrt{3,800} \\ &= 0.0216\end{aligned}$$

จากสมการ (10.2) จะได้

$$\begin{aligned}F_f &= C_f \rho \frac{V^2}{2} BL \\ &= 0.0216 (0.925 \times 1,000) \frac{0.6^2}{2} (0.15 \times 0.50) \\ &= 0.27 \text{ N}\end{aligned}$$

จากสมการ (10.10) จะได้ความหนาของชั้นบาวคาร์เลเยอร์ที่ขอบทางด้านได้น้ำ :

$$\begin{aligned}\frac{\delta}{X} &= \frac{491}{N_{RX}} = \frac{4.91}{\sqrt{3,800}} = 0.80 \\ \therefore \delta &= 0.080 \times 50 \text{ cm} \\ &= 4.0 \text{ cm}\end{aligned}$$

จากสมการ (10.11) จะได้ความเค้นเฉือน τ_o ที่ขอบทางด้านได้น้ำเป็นเป็น :

$$\begin{aligned}\tau_o &= 0.332 \frac{\mu U}{X} \sqrt{N_{RX}} \\ &= 0.332 \frac{\rho \nu U}{X} \sqrt{N_{RX}} \\ &= 0.332 \frac{(0.925 \times 10^3)(0.79 \times 10^{-4})(90.6)}{0.50} \sqrt{3,800} \\ &= 1.78\end{aligned}$$

ตอบ

2. จงหาแรงต้านจากความเสียดทานที่ผิวด้านบนและด้านข้างของรถแวนทรงกล่องสี่เหลี่ยมขนาด กว้าง 2.5 m สูง 3m และยาว 10 m เมื่อแล่นผ่านลม ($\rho = 1.16 \text{ kN/m}^3$) ที่อุณหภูมิ 10°C ด้วยความเร็ว 97 ทั้งนี้โดยสมมุติว่าหัวรถนั้นโค้งมนจนกระทั่งลมนั้นไม่ไหลแยกตัวออกจากผิวด้านบนและด้านข้างของตัวรถ นอกจากนี้ยังสมมุติอีกด้วยว่าถึงแม้ผิวด้านบนและด้านข้างเป็นผิวที่ค่อนข้างเรียบก็ตามแต่ก็มีความหยาบเพียงพอที่จะทำให้เกิดชั้นบาวคาร์เลเยอร์ที่ไหลแบบเทอร์บิวเลนซ์ขึ้นตั้งแต่ขอบทางด้านต้นลม

วิธีทำ อากาศที่ 10°C $V = 1.40 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\therefore N_R = \frac{LU}{v}$$

$$= \frac{10(97 \times 1,000 / 3,600)}{1.40 \times 10^{-5}}$$

$$= 1.926 \times 10^7$$

เนื่องจาก $N_R > 10^7$ ฉะนั้นจะต้องหาค่า C_f จากสมการ (10.26)

$$C_f = 0.455 / (\log 1.95 \times 10^7)^{2.58}$$

$$= 2.17 \times 10^{-3}$$

หาแรงต้านจากสมการ (10.2) จะได้ :

$$F_f = C_f \rho \frac{V_2}{2} BL$$

$$= 2.71 \times 10^{-3} \times 1.16 \frac{(97 \times 1,000 / 3,600)^2}{2} (3 + 2.5 + 3) 10$$

$$= 96.99 \text{ N}$$

ตอบ

3. เรือดำรูปทรงกระบอกขนาดเล็ก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m ยาว 15 m แล่นอยู่ในทะเลที่ระดับความลึกค่าหนึ่งด้วยความเร็ว 5.6 km/h จงหา

ก) แรงต้านจากความเสียดทาน

ข) ความขรุขระวิกฤตตรงจุดที่อยู่ห่างจากหัวเรือ 0.3 m

ค) ความสูงของความขรุขระที่ผิวจุดที่อยู่กึ่งกลางลำเรือซึ่งเป็นจุดที่ถือว่าเป็นผิวหยาบ

กำหนดให้น้ำทะเลมีค่า $v = 1.6722 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $\rho = 1,024 \text{ kg/m}^3$

วิธีทำ $N_R = \frac{LU}{v}$

$$= \frac{(5.6 \times 1,000 / 3,600) 15}{1.6722 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1.56 \times 15}{1.6722 \times 10^{-6}}$$

$$= 1.39 \times 10^7$$

$$C_f = \frac{0.455}{(\log 1.39 \times 10^7)^{2.58}} - \frac{1,700}{1.39 \times 10^7}$$

$$= 2.73 \times 10^{-3}$$

จากสมการ (10.2) จะได้แรงต้านจากความเสียดทานเป็น :

$$\begin{aligned}F_f &= C_f \rho \frac{V_2}{2} BL \\&= 2.73 \times 10^{-3} \times 1,024 \times \frac{(1.56)^2}{2} \times (\pi \times 3) \times 15 \\&= 480.89\end{aligned}$$

ตอบ

4. จงใช้ข้อมูลจากตัวอย่างที่ 10.2 เพื่อหาแรงต้านรวมที่ลมกระทำกับรถแวน สมมุติให้

วิธีทำ $C_D = 0.45$ มีค่าเท่ากับ 0.45

$$\begin{aligned}F_D &= C_f \rho \frac{V_2}{2} A \\&= 0.45 \times 1.16 \times \frac{(97 \times 1,000 / 3,600)^2}{2} \times (2.5 \times 3) \\&= 1,421.15 \text{ N}\end{aligned}$$

ดังนั้น แรงต้านจากความดัน, $F_p = F_D - F_f$

$$= 1,421.15 - 96.99$$

$$= 1,323.16 \text{ N}$$

ตอบ

5. จงหาความถี่จากการแกว่งของเส้นลวดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm เมื่อมีลมอุณหภูมิ -20°C ที่ระดับน้ำทะเลพัดผ่านด้วยความเร็ว 15 m/s

วิธีทำ $V_{\text{air}} = 11.15 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\begin{aligned}\therefore N_R &= \frac{DV}{\nu} \\&= \frac{2 \times 10^{-3} (15)}{1.15 \times 10^{-5}} \\&= 2,600\end{aligned}$$

ดังนั้นจากสมการ (10.33) ก็จะได้ความถี่ของการแกว่งเป็น

$$\begin{aligned}F &= 0.20 \times \frac{15}{2 \times 10^{-3}} \left[1 - \frac{20}{2,600} \right] \\&= 1,5000\end{aligned}$$

ตอบ

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....