

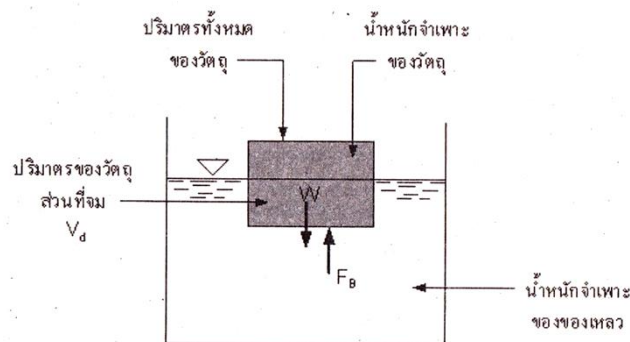
	แผนการสอน	หน่วยที่ 5
	ชื่อวิชา กลศาสตร์ของไหล รหัสวิชา 3100 – 0103	สอนครั้งที่ 8
	ชื่อหน่วย แรงลอยตัวและเสถียรภาพ	
ชื่อเรื่อง/ชื่องาน	แรงลอยตัว,เสถียรภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว,เสถียรภาพของวัตถุที่ลอยอยู่ในของเหลว	จำนวน 3 ชั่วโมง
หัวข้อเรื่องและงาน 3.1 แรงลอยตัว 3.2 เสถียรภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 3.3 เสถียรภาพของวัตถุที่ลอยอยู่ในของเหลว สาระสำคัญ 1. แรงลอยตัว คือ แรงที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 2. เสถียรภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว คือ แรงที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 3. เสถียรภาพของวัตถุที่ลอยอยู่ในของเหลว คือ วัตถุที่จมในของเหลวและอยู่ในสภาวะสมดุล และวัตถุสามารถกลับคืนสู่ตำแหน่งเดิมได้ สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณวิชาชีพ) 1. อธิบายความหมายของแรงลอยตัวได้อย่างถูกต้อง 2. เขียนสมการแรงลอยตัวได้อย่างถูกต้อง 3. คำนวณหาแรงลอยตัวได้อย่างถูกต้อง 4. คำนวณหาตำแหน่งของจุดเมตาเซ็นเตอร์ได้อย่างถูกต้อง 5. ประเมินความเสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของเหลวได้อย่างถูกต้อง		

เนื้อหาสาระ

จากประสบการณ์จะพบว่า การยกวัตถุที่จมในของเหลว จะมีน้ำหนักเบากว่าการยกวัตถุชิ้นนั้นในอากาศ ทั้งนี้เพราะของเหลวจะมีลอยตัวกระทำขึ้นผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุ ซึ่งหลักการพื้นฐานของการลอยตัวนี้ อาร์คิมิดีส (Archimedes) นักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ชาวกรีกได้เป็นผู้ค้นพบ มีใจความดังนี้ วัตถุที่จมอยู่ในของไหลทั้งก้อนหรือบางส่วนก็ตาม ของไหลจะส่งแรงลอยตัวในแนวตั้งกระทำในทิศทางขึ้นต่อวัตถุ ซึ่งแรงลอยตัวของของไหลนี้จะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่ถูกวัตถุนั้นแทนที่

5.1 แรงลอยตัว

แรงลอยตัว (Buoyancy Force) เป็นแรงที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุที่จมอยู่ในของเหลวถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ F_B มีหน่วยเป็นนิวตัน (N) พิจารณารูปวัตถุที่ลอยน้ำอยู่ในของไหล



รูปที่ 5.1 วัตถุลอยอยู่ในของเหลว

จากหลักของอาร์คิมิดีส มารดเขียนสมการได้ดังนี้

แรงลอยตัว = น้ำหนักของของเหลวที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุส่วนที่จม

$$F_B = \gamma_f \cdot V_d \quad \dots\dots\dots(5.1)$$

น้ำหนักของวัตถุ = น้ำหนักจำเพาะของวัตถุที่มีปริมาตรทั้งหมดของวัตถุ

$$W = (\gamma \cdot V)_{\text{วัตถุ}} \quad \dots\dots\dots(5.2)$$

จากรูปที่ 5.1 เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล $\Sigma F_y = 0$ จะได้

แรงลอยตัว (F_B) = น้ำหนักของวัตถุ (W)

$$\gamma_f \cdot V_d = (\gamma \cdot V)$$

ดังนั้น

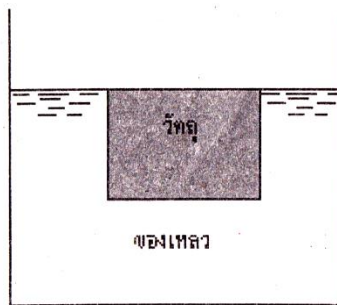
$$\frac{V_P}{V} = \frac{Y}{Y_f}$$

.....(5.3)

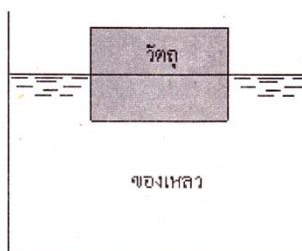
เมื่อ	F_B	คือ	แรงลอยตัวที่กระทำต่อวัตถุ	(N)
	W	คือ	น้ำหนักของวัตถุทั้งก้อน	(N)
	Y	คือ	น้ำหนักจำเพาะของวัตถุ	(N/m ³)
	Y_f	คือ	น้ำหนักจำเพาะของของไหล	(N/m ³)
	V_d	คือ	ปริมาตรของวัตถุที่จมอยู่ในของไหล	(m ³)
	V	คือ	ปริมาตรทั้งหมดของของไหล	(m ³)

การวิเคราะห์การจมลอยของวัตถุ

1. ถ้า $Y_{วัตถุ} = Y_f$ (วัตถุจะลอยอยู่ในระดับพอดีในของเหลวนั้นดังรูป)



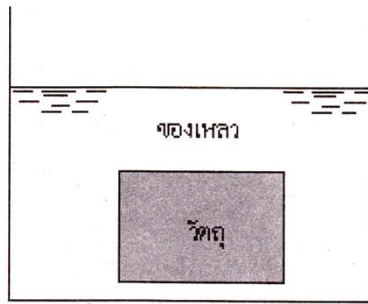
ข้อสังเกต ถ้าลองคำนวณโดยใช้สูตร $\frac{V_d}{V_{วัตถุ}} = \frac{Y_{วัตถุ}}{Y_f}$ ในกรณี $Y_{วัตถุ} = Y_f$ แล้ว จะได้ $V_d = V_{วัตถุ}$



2. ถ้า $Y_{วัตถุ} < Y_f$ (วัตถุลอยโดยมีปริมาตรบางส่วนของวัตถุลอยอยู่นเหนือผิวของเหลว)

ข้อสังเกต ถ้าลองคำนวณโดยใช้สูตร $\frac{V_d}{V_{วัตถุ}} = \frac{Y_{วัตถุ}}{Y_f}$ ในกรณี $Y_{วัตถุ} < Y_f$ แล้วจะได้ $V_d < V_{วัตถุ}$

3. ถ้า $Y_{วัตถุ} > Y_f$ (วัตถุจะจมลงในของเหลวทั้งหมดและจะจมลงไปเรื่อย ๆ จนถึงจุดที่แรงลอยตัวเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ วัตถุจึงจะสมดุล)



ข้อสังเกต ถ้าคำนวณแล้วได้ $V_d > V_{วัตถุ}$ แล้วแสดงว่าวัตถุจะจมลงเรื่อย ๆ เนื่องจาก $F_B < W$

สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาแรงลอยตัวที่กระทำต่อวัตถุ มีดังนี้

- 1) หาวัตถุประสงค์ของโจทย์ว่าต้องการหาค่าอะไร ซึ่งโดยทั่วไปนิยมจะให้หาแรงลอยตัว น้ำหนักวัตถุ หรือน้ำหนักจำเพาะ
- 2) เขียนแผนภาพอิสระของวัตถุ พร้อมทั้งแสดงแรงทุกแรงที่กระทำกับวัตถุในแนวดิ่งโดยรวมทั้งน้ำหนักของวัตถุ พร้อมทั้งแสดงทิศทางของแรง
- 3) เขียนสมการสมดุลแรงในแนวดิ่ง $\Sigma F_y = 0$
- 4) หาตัวแปรที่ไม่ทราบค่าโดยใช้สมการดังนี้

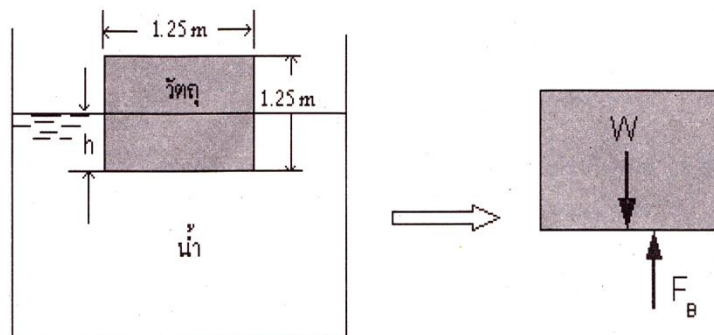
4.1 แรงลอยตัว $F_B = \gamma_r V_d$

4.2 น้ำหนักวัตถุ $W = (\gamma \cdot V)_{วัตถุ}$

4.3 ถ้าน้ำหนักของวัตถุน้อยกว่าแรงลอยตัว ($W < F_B$) วัตถุจะลอยขึ้น

4.4 ถ้าน้ำหนักของวัตถุมากกว่าแรงลอยตัว ($W > F_B$) วัตถุจะจมลงในของไหล

ตัวอย่างที่ 5.1 ท่อนไม้รูปลูกบาศก์ ขาวด้านละ 1.25 m ลอยอยู่ในน้ำ ถ้าความถ่วงจำเพาะของไม้เท่ากับ 0.6 จงหาความลึกของท่อนไม้ส่วนที่จมน้ำ และปริมาตรของท่อนไม้ส่วนที่จมน้ำ



วิธีทำ หาปริมาตรทั้งหมดของท่อนไม้ $V = 1.25 \times 1.25 \times 1.25 = 1.953 m^3$

หาน้ำหนักจำเพาะของท่อนไม้ $\gamma = S \cdot \gamma_{น้ำ} = 0.6 \times 9.81 = 5.886 kN / m^3$

สมดุลแรงในแนวดิ่ง $\Sigma F_y = 0$

$$\text{แรงลอยตัว } (F_B) = \text{น้ำหนักของวัตถุ (w)}$$

$$\gamma_f \cdot V_d = (\gamma \cdot V)_{\text{วัตถุ}}$$

$$9.81 \times V_d = 5.886 \times 1.953$$

$$V_d = 1.172 \text{ m}^3$$

หาความลึกของท่อนไม้ส่วนที่จมน้ำ (h)

$$1.172 = 1.25 \times 1.2 \times h$$

$$h = 0.75 \text{ m}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.2 ท่อนไม้ลอยน้ำที่มีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ พบว่ามีส่วนที่ลอยน้ำ 1 ส่วน และส่วนที่จมน้ำ 4 ส่วนโดยปริมาตร จงหาความหนาแน่นของท่อนไม้เป็นเท่าไร

วิธีทำ จากสูตร

$$\frac{V_d}{V} = \frac{\gamma}{\gamma_f}$$

$$\frac{V_d}{V} = \frac{\rho}{\rho \cdot g}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{\rho}{1,000}$$

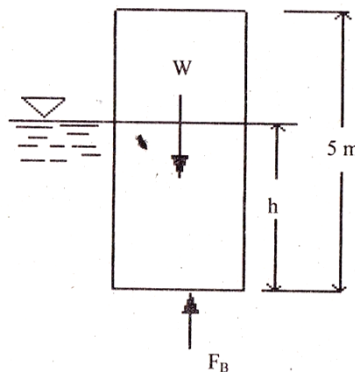
$$\rho_{\text{ท่อนไม้}} = 800 \text{ kN/m}^3$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.3 แท่งไม้มีความถ่วงจำเพาะ 0.65 ขนาด $0.09 \text{ m} \times 0.09 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ จมน้ำในแนวตั้ง จงคำนวณหา

ก) ความสูงของไม้จากขอบด้านบน จมถึงผิวน้ำ (ไม่มีแรงภายนอกมากระทำ)

ข) หาแรงดึงที่ทำให้ไม้จมน้ำเพียง 3 m



วิธีทำ

ก) น้ำหนักของไม้

$$W = \gamma \cdot V = S \cdot \gamma_{\text{น้ำ}} \cdot V$$

$$= 0.65 \times 9,810 \times (0.09 \times 0.09 \times 5)$$

$$W = 258.24 \text{ N}$$

$$\begin{aligned}\text{แรงลอยตัว} \quad F_B &= \gamma_r V_d \\ &= 9,810 \times (0.09 \times 0.09 \times h).\end{aligned}$$

$$F_B = (79.461) h$$

$$\text{สมดุลในแนวดิ่ง} \quad \Sigma F_y = 0$$

$$F_B = W$$

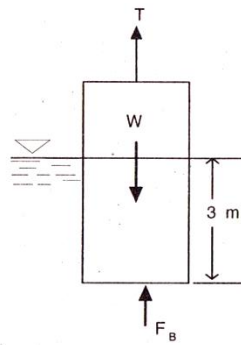
$$(79.461) h = 258.24$$

$$h = \frac{258.24}{79.461} = 3.25 \text{ m}$$

$$\text{ความสูงของไม้ที่ลอยเหนือน้ำ} = 5 - 3.25 = 1.75 \text{ m}$$

ข) หาแรงดึงที่ทำให้ไม้จมน้ำเพียง 3 m

$$\text{สมดุลแรงในแนวดิ่ง} \quad \Sigma F_y = 0$$



$$T + F_B = W$$

$$T = 258.24 - (0.09 \times 0.09 \times 3) \times 9,810$$

$$T = 5 - 3.25 = 1.75 \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 5.4 โลหะผสมชิ้นหนึ่งมีมวล 86 kg มีขั้วในอากาศ และมีมวล 73 kg เมื่อจมน้ำในน้ำ จงหาปริมาตรและความหนาแน่นของก้อนโลหะนี้

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{หาน้ำหนักของวัตถุในอากาศ} \quad (w) = m \cdot g = 86 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$W = 843.66 \text{ N}$$

$$\text{และน้ำหนักของวัตถุที่ขั้วในอากาศ} \quad W = \text{น้ำหนักที่ขั้วได้ในน้ำ} + \text{แรงลอยตัว}$$

$$W = \left(73 \text{ kg} \pm 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) + F_B$$

$$W = 716.13 + F_B$$

$$\text{สมการ (2) = (1)}$$

$$F_B = 843.66 - 716.13 = 127.53 \text{ N}$$

$$\text{และแรงลอยตัว (F) = น้ำหนักของน้ำที่ถูกแทนที่ (W)}$$

$$F_B = \gamma_r \cdot V_d = 9,810 \text{ N/m}^3 \times V_d$$

$$127.53 = (9,810) v_d$$

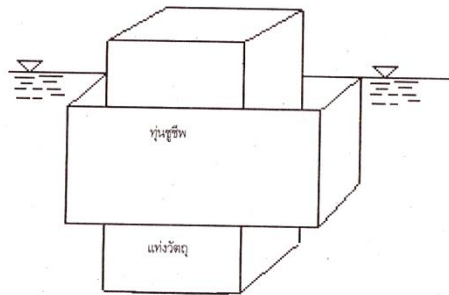
$$v_d = \frac{127.53}{9,810} = 0.013 \text{ m}^3$$

ซึ่งปริมาตร 0.013 m^3 นี้คือ ปริมาตรของก้อนโลหะทั้งหมดด้วย เพราะโลหะจมน้ำทั้งก้อนหาความหนาแน่นของโลหะผสม

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{86}{0.013} = 6,615 \text{ kg/m}^3$$

ตัวอย่างที่ 5.5 ต้องการใช้โฟมพลาสติก ซึ่งมีความหนาแน่น 580 kg/m^3 เป็นทุ้มชูชีพ จะต้องใช้พลาสติก ปริมาตรเท่าไรในการให้แท่งวัตถุมวล 80 kg ลอยพ้นน้ำขึ้นมา 20% (โดยปริมาตร) กำหนดให้ความหนาแน่นของแท่งวัตถุเท่ากับ $1,040 \text{ kg/m}^3$



วิธีทำ หาปริมาตรของแท่งวัตถุ (v) จากสูตร

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{80 \text{ kg}}{1,040 \text{ kg/m}^3} = 0.0769 \text{ m}^3$$

ปริมาตรของแท่งวัตถุลอยพ้นน้ำ 20% ดังนั้นปริมาตรแท่งวัตถุที่จมน้ำ (80%)

$$v_d = \frac{80}{100} \times 0.0769 = 0.0615 \text{ m}^3$$

สมดุลแนวดิ่ง $\Sigma F_y = 0$

แรงลอยตัวแท่งวัตถุ + แรงลอยตัวทุ้มชูชีพ = น้ำหนักวัตถุ + น้ำหนักทุ้มชูชีพ

หาแรงลอยตัวแท่งวัตถุ

$$\begin{aligned} F_B &= \gamma_{\text{น้ำ}} \cdot V_d \\ &= 9,810 \text{ N/m}^3 \times 0.0615 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$F_B = 603.315 \text{ N}$$

หาแรงลอยตัวของทุ้มชูชีพ

$$F_B = \gamma_{\text{น้ำ}} \cdot V$$

$$F_B = (9,810) v$$

หาน้ำหนักของแท่งวัตถุ

$$W = m \cdot g = 80 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$W = 784.8 \text{ N}$$

หาน้ำหนักของทุ้มชูชีพ

$$\begin{aligned} W &= \gamma \cdot V = \rho \cdot g \cdot V \\ &= \left(580 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot V \\ W &= (5,689.8) v \end{aligned}$$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ (1)

$$\begin{aligned} 603.315 + (9,810) v &= 784.8 + (5,689.8)V \\ (9,810 - 5,689.8) v &= 784.8 - 603.315 \\ v &= \frac{181.485}{4120.2} = 0.044 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

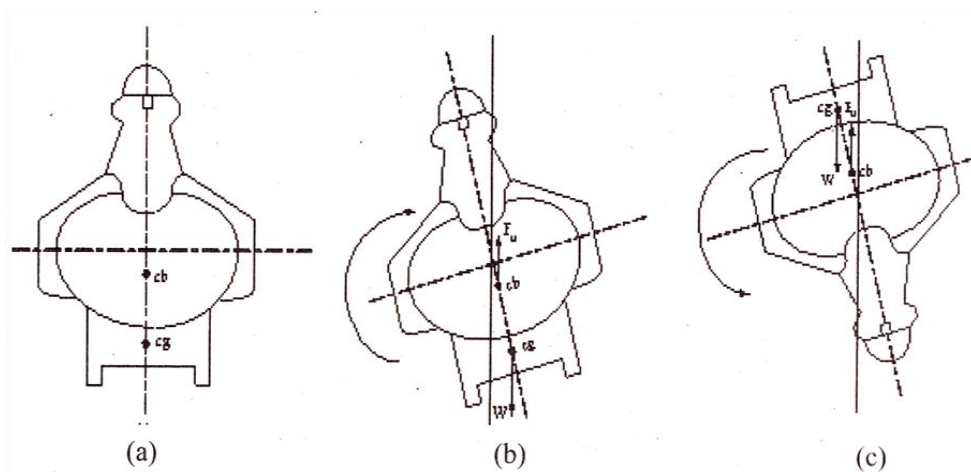
นั่นคือ ปริมาตรของโฟมพลาสติกที่ต้องใช้มีปริมาตรเท่ากับ 0.044 m^3

ตอบ

5.2 เสถียรภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว

วัตถุที่จมในของเหลวและอยู่ในสภาวะสมดุล เช่น เรือดำน้ำ เมื่อมีแรงภายนอกมากกระทำ จะทำให้วัตถุนั้นเอียงต่ำลงหรือเกิดการหมุนไปจากตำแหน่งเดิม เมื่อนำแรงนั้นออกไป วัตถุสามารถกลับคืนสู่ตำแหน่งเดิมได้ เรียกว่ามีความเสถียรภาพ

ข้อกำหนดที่สำคัญสำหรับการมีเสถียรภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลวคือ จุดศูนย์กลางของวัตถุจะต้องอยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางของการลอยตัวของวัตถุ



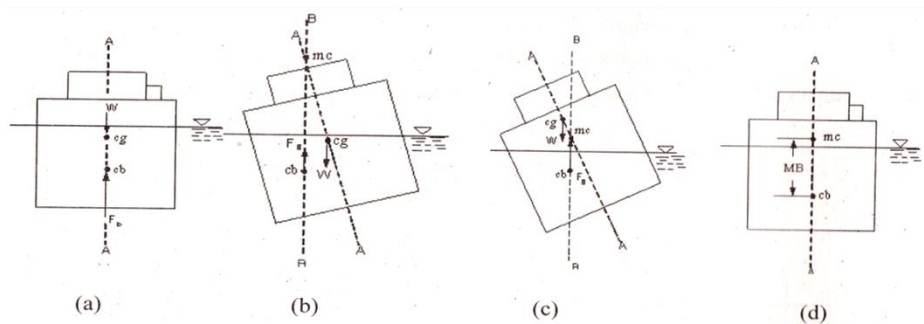
รูปที่ 5.2 การทรงตัวของวัตถุที่จมอยู่ในรูปแบบต่างๆ

พิจารณาจากรูปที่ 5.2 (a) จะพบว่า จุดศูนย์กลางของการลอยตัว (cb) จะอยู่เหนือกว่าจุดศูนย์กลางถ่วง (cg) และอยู่ในแนวตั้งเดียวกัน ทำให้วัตถุเสถียรภาพ จากรูปที่ 5.2 (b) เมื่อมีแรงภายนอกมากกระทำต่อวัตถุให้หมุนไปเล็กน้อยในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา แรงลอยตัว (F_B) และน้ำหนักของวัตถุ (w) ทำให้เกิดแรงคู่ควบในทิศทางเข็มนาฬิกา ซึ่งทำให้วัตถุหมุนกลับมาตำแหน่งเดิม เรียกว่า วัตถุที่มีเสถียรภาพ (จุด cb ยังคงเหนือจุด cg) จากรูปที่ 5.2 (c) จะพบว่าเมื่อเพิ่มแรงภายนอกมากกระทำต่อวัตถุให้หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จนทำให้จุด cg อยู่เหนือจุด cb จะเกิด

แรงคู่ควบอันเนื่องมาจากแรงลอยตัวและน้ำหนักของวัตถุในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเพิ่มขึ้นอีกแรงหนึ่งทำให้วัตถุเกิดการพลิกค่า

5.3 เสถียรภาพของวัตถุที่ลอยอยู่ในของเหลว

เมื่อวัตถุลอยในของเหลวและอยู่ภาวะสมดุล ดังรูป (a) จุดศูนย์กลางของวัตถุอยู่เหนือจุดศูนย์กลางของการลอยตัว บนแกนในแนวตั้งเดียวกัน (A - A) หากมีแรงภายนอกกระทำเพียงเล็กน้อยจนทำให้วัตถุเกิดการหมุนตัวในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (ดังรูป b) ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของวัตถุยังคงอยู่กับที่ แต่จุดศูนย์กลางของการลอยตัวจะเคลื่อนไปทางซ้ายทั้งนี้เพราะว่าปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุเปลี่ยนไป แรงลอยตัว (F_B) และน้ำหนักของวัตถุ (W) จะทำให้เกิดแรงคู่ควบพยายามให้วัตถุเกิดการหมุนตามเข็มนาฬิกา ทำให้วัตถุกลับสู่สภาพเดิม ในกรณีนี้เรียกว่าวัตถุมีเสถียรภาพ



อย่างไรก็ตามถ้าจุดศูนย์กลางของความถ่วงของวัตถุ เคลื่อนไปอยู่ทางซ้ายของแนวแรงลอยตัว (B - B) แต่ยังคงอยู่ในแนว (A - A) ดังรูป (C) ในกรณีนี้แรงตัว (F_B) และน้ำหนักของวัตถุ (W) จะสร้างแรงคู่ควบในทิศทางทวนเข็มนาฬิกายิ่งขึ้น และทำให้วัตถุพลิกคว่ำ เรียกว่า วัตถุในสถานะไม่มีเสถียรภาพ

ดังนั้นสรุปได้ว่าวัตถุที่ลอยอยู่ในของเหลว จะมีเสถียรภาพหรือไม่ขึ้นอยู่กับจุดศูนย์กลางของวัตถุกับจุดศูนย์กลางของการลอยตัวตามที่ได้กล่าวมาแล้ว และอาจพิจารณาความมีเสถียรภาพหรือไม่มีเสถียรภาพของวัตถุได้อีกแบบหนึ่งโดยใช้จุดอ้างอิงที่เกิดจากการตัดกันของเส้น A - A และแนวของแรงลอยตัว B - B จุดตัดนี้เรียกว่า จุดเมตาเซ็นเตอร์ (Metacenter, mc) จากรูป (b) จะเห็นว่าถ้าจุดศูนย์กลางของวัตถุ (cg) อยู่ต่ำกว่าจุดเมตาเซ็นเตอร์ (mc) วัตถุนั้นจะมีเสถียรภาพ แต่ในทางตรงกันข้าม ถ้าจุดศูนย์กลางของวัตถุ (cg) อยู่สูงกว่าจุดเมตาเซ็นเตอร์ (mc) วัตถุนั้นจะไม่มีเสถียรภาพ ดังรูป (c)

การคำนวณหาว่าจุดเมตาเซ็นเตอร์ (mc) อยู่เหนือกว่าหรือต่ำกว่าจุดศูนย์กลางของวัตถุ (cg) เพื่อหาว่าวัตถุมีเสถียรภาพหรือไม่ สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$MB = \frac{I}{V_d}$$

เมื่อ MB คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางการลอยตัว (mc) ดังรูป (d)

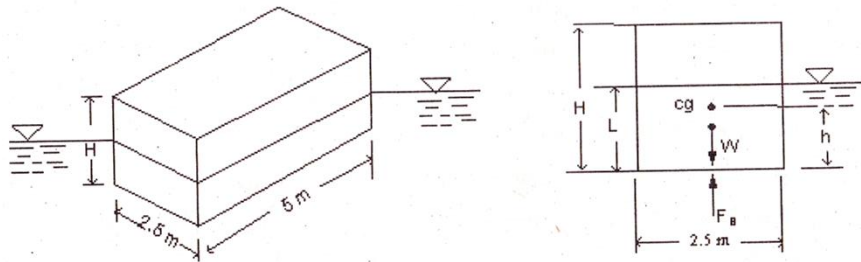
I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยแนวแกนตั้งฉากกับ MB (m^4)

V_d คือ ปริมาตรของวัตถุส่วนที่จมในของไหล (m^3)

สรุปขั้นตอนการประเมินความเสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของเหลว

- 1) คำนวณหาความสูงวัตถุที่จมน้ำในของไหล โดยใช้หลักการของแรงลอยตัว
- 2) หาค่าแห่งจุดศูนย์กลางของการลอยตัว (y_{cb}) ซึ่งระยะจากผิวด้านล่างของวัตถุถึงจุด cb เรียกว่า ระยะ y_{cb} (มีค่าครึ่งหนึ่งของความสูงวัตถุที่จมน้ำในของไหล)
- 3) หาค่าแห่งจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (cg) และหาระยะ y_{cb} ซึ่งเป็นระยะที่วัดจากระดับอ้างอิงถึงจุด cg (ปกติระดับอ้างอิงจะวัดจากผิวด้านล่างของวัตถุ)
- 4) คำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ (I) ตามรูปร่างของวัตถุ
- 5) คำนวณหาปริมาตรของไหลที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ (v_d)
- 6) คำนวณหาค่า $MB = I / v_d$
- 7) คำนวณหาระยะ $y_{mc} = y_{cd} + MB$
- 8) สรุปผล ถ้า $y_{mc} > y_{cg}$ แสดงว่าวัตถุมีเสถียรภาพ (Stable)
- 9) สรุปผล ถ้า $y_{mc} < y_{cg}$ แสดงว่าไม่มีเสถียรภาพ (unstable)

ตัวอย่างที่ 5.6 โป๊ะรูปสี่เหลี่ยมกว้าง 2.5 m ยาว 5 m มีน้ำหนัก 98.1 kN ลอยอยู่ในน้ำ จะต้องออกแบบโป๊ะให้มีความสูงเท่าใด ที่จะทำให้โป๊ะลอยอยู่ในน้ำอย่างมีเสถียรภาพ



วิธีทำ หาระยะความลึกของโป๊ะที่จมน้ำ (L)

$$\text{สมดุลแรงในแนวดิ่ง} \quad \Sigma F_y = 0$$

$$F_b = w$$

$$\gamma_r \cdot V_d = w$$

$$9.81 \times (2.5 \times 5 \times L) = 98.1$$

$$L = 0.8 \text{ m}$$

$$\text{หาระยะศูนย์กลางการลอยตัว} \quad y_{cb} = L/2 = 0.8/2 = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{หาระยะจุดศูนย์กลางถ่วงของโป๊ะ} \quad y_{cg} = h \text{ m}$$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม (ภาพฉายด้านบน)

$$I = \frac{LB^3}{12} = \frac{5 \text{ m} \times 2.5 \text{ m}}{12} = 6.510 \text{ m}^4$$

หาปริมาตรของโป๊ะที่จมน้ำ

$$V_d = 2.5 \times 5 \times 0.8 = 10 \text{ m}^3$$

หาค่า

$$MB = I/V_d$$

$$MB = 6.510 / 10 = 0.651 \text{ m}$$

หาระยะ

$$y_{mc} = y_{cb} + MB$$

$$y_{mc} = 0.4 + 0.651 = 1.051 \text{ m}$$

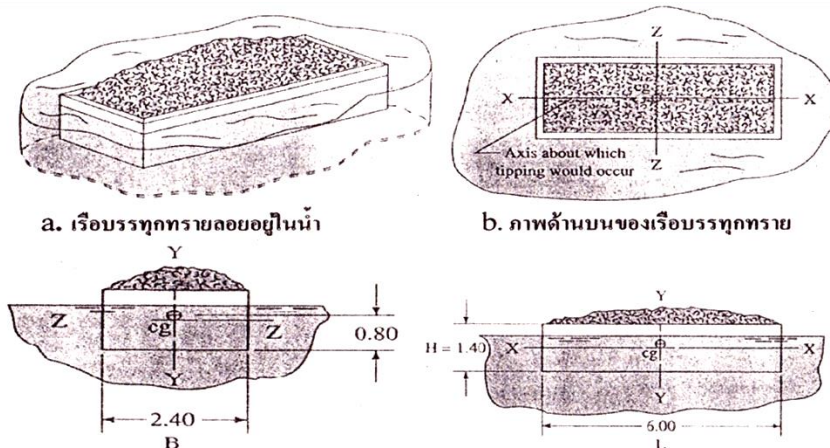
สรุปผล $y_{mc} > y_{cg}$ แสดงว่ามีเสถียรภาพ หรือ $1.051 > h$

เมื่อ h คือ ระยะความสูงของจุดศูนย์กลางถ่วง นั่นคือความสูงจุดศูนย์กลางถ่วงจะต้องสูงไม่เกิน 1.051 m โป๊ะจึงจะมีเสถียรและระยะความสูงทั้งหมดของโป๊ะ = มีระยะ H

$$H = 2h = 2 \times 1.051 = 2.102 \text{ m}$$

นั่นคือต้องออกแบบให้ความสูงของโป๊ะน้อยกว่า 2.102 m โป๊ะจึงลอยน้ำอย่างมีเสถียรภาพ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.7 เรือบรรทุกทรายรูปทรงสี่เหลี่ยม กว้าง 2.4 m ยาว 6 m และสูง 1.4 m ถ้าน้ำหนักของเรือและทรายเท่ากับ 150 kN จุดศูนย์กลางถ่วงของเรือสูง 0.8 m วัดจากระยะท้องเรือขึ้นมา จงคำนวณหาว่าเรือมีเสถียรภาพหรือไม่



วิธีทำ

คำนวณหาระยะความลึกที่เรือจมน้ำ โดยเขียนแผนภาพอิสระของเรือ

สมดุลแรงในแนวดิ่ง

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_b = W$$

$$\gamma_f \cdot V_d = W$$

$$9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times [(2.4 \text{ m}) \times (6 \text{ m}) \times (X)] = 150 \text{ kN}$$

$$X = \frac{150}{141.264} = 1.06$$

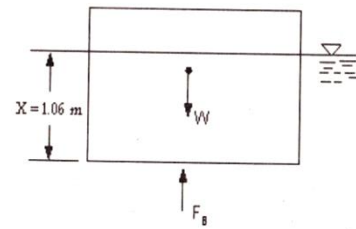
นั่นคือ เรือจมน้ำลึก 1.06 m (วัดจากผิวน้ำถึงขอบล่างของเรือ)

หาระยะศูนย์กลางของการลอยตัว

$$y_{cd} = \frac{1.06}{2} = 0.53 \text{ m}$$

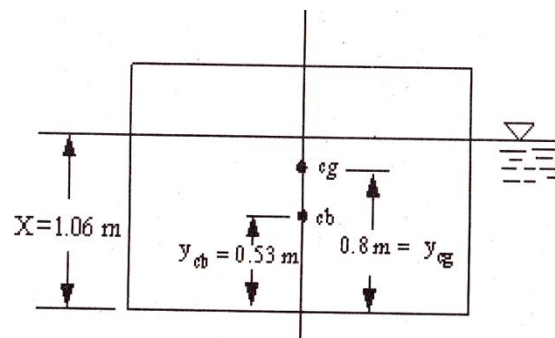
จากโจทย์กำหนดให้ระยะจุดศูนย์กลางถ่วงของเรือ

$$y_{cg} = 0.8 \text{ m}$$



หาค่าโมเมนต์เฉื่อยของพื้นที่ (พิจารณาจากรูป b)

$$I = \frac{LB^3}{12} = \frac{6 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}^3}{12} = 6.912 \text{ m}^4$$



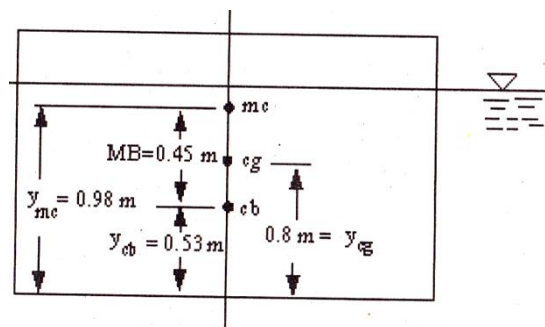
หาปริมาตรของน้ำที่ถูกแทนที่ด้วยเรือ

$$V_d = L \cdot B \cdot x = 6 \text{ m} \times 2.4 \text{ m} \times 1.06 \text{ m} = 15.264 \text{ m}^3$$

หาค่า $MB = I/V_d = 6.912/15.264 = 0.453 \text{ m}$

หาระยะ $y_{mc} = y_{cb} + MB = 0.53 + 0.453$

$$y_{mc} = 0.983 \text{ m}$$



สรุปผล $y_{mc} = 0.983 \text{ m}$ และ $y_{cg} = 0.8 \text{ m}$

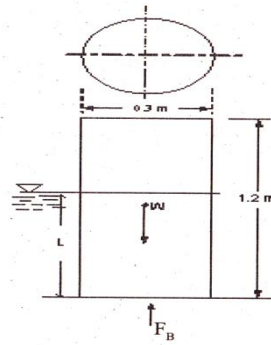
ดังนั้น $y_{mc} > y_{cg}$ แสดงว่าเรือมีเสถียรภาพ

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.8 วัตถุทรงกระบอก ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.3 m ยาว 1.2 m มีน้ำหนักจำเพาะ 7.9 kN/m^3 ลอยอยู่ในน้ำ จงคำนวณหา

ก) ความสูงของวัตถุที่อยู่เหนือผิวน้ำ

ข) วัตถุท่อนี้มีเสถียรภาพหรือไม่



วิธีทำ หาปริมาตรของวัตถุ $v = \frac{\pi}{4}(0.3^2) \times 1.2 = 0.0848 \text{ m}^3$

หาน้ำหนักของวัตถุ $w = \gamma \cdot V = 7.9 \times 0.0848 = 0.67 \text{ kN}$

สมดุลแรงในแนวดิ่ง $\Sigma F_y = 0$

$$F_B = w$$

$$9.81 \text{ kN/m}^3 \times \left[\frac{\pi}{4} (0.3^2) L \right] \text{ m}^3 = 0.67 \text{ kN}$$

$$L = \frac{0.67}{0.693} = 0.967 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้นระยะที่วัตถุลอยเหนือน้ำ} = 1.2 - 0.967 = 0.233 \text{ m}$$

ค) หาความมีเสถียรภาพของวัตถุ

ระยะที่วัตถุจมน้ำ $L = 0.967 \text{ m}$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางการลอย $y_{cb} = \frac{0.967}{2} = 0.484 \text{ m}$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ $y_{cg} = \frac{1.2}{2} =$

ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่วัตถุ

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (0.3)^4}{64} = 3.976 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

หาปริมาตรของท่อวัตถุที่จมน้ำ $V_d = \frac{\pi (0.3)^2}{4} \times 0.967 = 0.0684 \text{ m}^3$

คำนวณหาค่า MB

$$MB = I/V_d = 3.976 \times 10^{-4} / 0.0684 = 5.813 \times 10^{-3} \text{ m}$$

หาระยะ y_{mc}

$$y_{mc} = y_{cb} + MB$$

$$= 0.484 + (5.813 \times 10^{-3})$$

$$y_{mc} = 0.489 \text{ m} = 489 \text{ mm}$$

สรุปผล $y_{cg} = 0.6 \text{ m}$ และ $y_{mc} = 0.489 \text{ m}$

ดังนั้น $y_{mc} < y_{cg}$ แสดงท่อน้ำหนักไม่มีเสถียรภาพ

ตอบ

สรุปท้ายบท

แรงลอยตัว คือ แรงลัพธ์ (ผลรวมของแรงทั้งหมด) ที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุที่จมอยู่ในของเหลวสัญลักษณ์ที่ใช้คือ F_B

หลักของอาร์คิมิดีส กล่าวว่า วัตถุที่จมอยู่ในของไหลทั้งก้อนหรือบางส่วนก็ตาม ของไหลจะส่งแรงลอยตัวในแนวตั้งกระทำในทิศทางขึ้นต่อวัตถุ ซึ่งแรงลอยตัวของของไหลนี้มีค่าเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่มีปริมาตรเท่ากับปริมาตรส่วนที่จมของวัตถุในของไหลนั้น

สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาแรงลอยตัวที่กระทำต่อวัตถุ

1. หาวัตถุประสงค์ของโจทย์ว่าต้องการทราบค่าอะไร
2. เขียนแผนภาพอิสระพร้อมทั้งแสดงแรงทุกแรงที่กระทำต่อวัตถุ และแสดงทิศทางของแรงนั้น
3. เขียนสมการสมดุลแรงในแนวตั้ง $\Sigma F_y = 0$
4. หาตัวแปรที่ไม่ทราบค่าโดยใช้สมการ

$$\text{แรงลอยตัว } F_B = \gamma \cdot V_d$$

$$\text{น้ำหนักวัตถุ } w = (\gamma \cdot V)_{\text{วัตถุ}}$$

5. ถ้า $w < F_B$ แสดงว่าวัตถุจะลอยขึ้น
6. ถ้า $w > F_B$ แสดงว่าวัตถุจะจมลงในของเหลว

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ขั้นนำ

1. กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว แล้วอธิบายหลักการทำงาน

ขั้นสอน

1. แจกจุดประสงค์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมินผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่นักศึกษา
2. บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 5
3. สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9
4. ให้ทำแบบฝึกหัดและเปิด โอกาสให้นักศึกษาถาม

ขั้นสรุป

1. ผู้สอนสรุปเนื้อหาให้นักศึกษาฟัง และถามนักศึกษาในเรื่องที่เรียน

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้นักศึกษาไปศึกษาเนื้อหาตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9 เพื่อทำแบบฝึกหัดที่ 2 และ 3

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 5
2. แผ่นใสหน่วยที่ 5 ตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ให้ทำแบบทดสอบ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. หินก้อนหนึ่งหนัก 105 lbf เมื่อชั่งในอากาศ และหนัก 67 lbf เมื่อจมน้ำ จงหาปริมาตรและความถ่วงจำเพาะของหินก้อนนี้
2. โลหะรูปร่างประหลาดหนัก 300 N เมื่อชั่งในอากาศ และเมื่อจมน้ำ มีน้ำหนัก 232.5 N จงหาปริมาตรของโลหะ
3. เรือบรรทุกถุกถ่านหินหนัก 150 ton น้ำหนักของเรือเมื่อชั่งในอากาศเท่ากับ 35 ton เรือมีความกว้าง 18 ft ยาว 52 ft และสูง 9 ft จงหาว่าเรือจะจมน้ำลึกเท่าใด
4. แท่งเหล็กรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.3 m เมื่อลอยอยู่ในปรอท จะมีความลึกส่วนที่จมน้ำเท่าใด ความถ่วงจำเพาะของเหล็กและปรอทเท่ากับ 7.8 และ 13.6 ตามลำดับ
5. ท่อนไม้ขนาด 3×3 in² และยาว 5 ft มีความถ่วงจำเพาะ 0.651 ที่ปลายด้านหนึ่งผูกติดกับตะกั่วที่มีน้ำหนักจำเพาะ 700 lbf/ft³ ถ้าต้องการให้ท่อนไม้อยู่เหนือน้ำ 1 ft จงหาน้ำหนักตะกั่ว น้ำหนักของท่อนไม้รวมกับตะกั่ว = น้ำหนักของวัตถุที่แทนที่น้ำ
6. จงหาอัตราของปริมาตรของโลหะที่มีความถ่วงจำเพาะ 7.25 เมื่อนำไปลอยในภาชนะที่บรรจุปรอท กำหนดให้ V คือ ปริมาตรของโลหะ และ V คือ ปริมาตรของปรอทที่ถูกแทนที่โดยโลหะ
7. ก่อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 25×10 ft² ลึก 12 ft และหนัก 40 ton ปลายด้านบนเปิด เมื่อนำไปปล่อยลงในน้ำสะอาด จงหาว่า (ก) ก่อจะจมน้ำลึกเท่าใด (ข) ถ้าน้ำลึก 12 ft จงหาน้ำหนักของก้อนหินที่จะนำไปใส่ในก่อก่อและทำให้ก่อก่อจมที่พื้นพอดี

เฉลยแบบฝึกหัด

1. หินก้อนหนึ่งหนัก 105 lbf เมื่อชั่งในอากาศ และหนัก 67 lbf เมื่อจมน้ำ จงหาปริมาตรและความถ่วงจำเพาะของหินก้อนนี้

$$\text{แรงลอยตัว } (F_b) = \text{น้ำหนักของน้ำที่ถูกแทนที่โดยหิน } (W) = 105 - 67 = 38 \text{ lbf}$$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ จากสูตร } W &= \gamma V \\ &= 62.4 V \\ 38 &= 62.4 V\end{aligned}$$

$$V = 0.609 \text{ ft}^3$$

$$\begin{aligned}\text{ความถ่วงจำเพาะ} &= \frac{\text{น้ำหนักของหินเมื่อชั่งในอากาศ}}{\text{น้ำหนักของน้ำที่มีปริมาตรเท่ากัน}} \\ &= \frac{105}{(0.609)(62.4)}\end{aligned}$$

$$= 2.76$$

ตอบ

2. โลหะรูปทรงประหลาดหนัก 300 N เมื่อชั่งในอากาศ และเมื่อจมน้ำ มีน้ำหนัก 232.5 N จงหาปริมาตรของโลหะ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ จากสูตร } F_b &= W \\ 300 - 232.5 &= [(9.79)(1,000)](V)\end{aligned}$$

$$V = 0.00689 \text{ m}^3$$

ตอบ

3. เรือบรรทุกถุกถ่านหินหนัก 150 ton น้ำหนักของเรือเมื่อชั่งในอากาศเท่ากับ 35 ton เรือมีความกว้าง 18 ft ยาว 52 ft และสูง 9 ft จงหาว่าเรือจะจมน้ำลึกเท่าใด

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ จากสูตร } F_b &= W \\ 62.4 [(18)(52)] \cdot D &= (150 + 35)(2,000)\end{aligned}$$

$$D = 6.33 \text{ ft}$$

ตอบ

4. แท่งเหล็กรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.3 m เมื่อลอยอยู่ในปรอท จะมีความลึกส่วนที่จมน้ำเท่าใด ความถ่วงจำเพาะของเหล็กและปรอทเท่ากับ 7.8 และ 13.6 ตามลำดับ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ จากสูตร } F_b &= W \\ [(13.6)(9.79)][(0.3)(0.3)] \cdot D &= [(7.8)(9.79)][(0.3)(0.3)]\end{aligned}$$

$$D = 0.172 \text{ m}$$

ตอบ

5. ท่อนไม้ขนาด 3×3 in² และยาว 5 ft มีความถ่วงจำเพาะ 0.651 ที่ปลายด้านหนึ่งผูกติดกับ ตะกั่วที่มีน้ำหนักจำเพาะ 700 lbf/ft³ ถ้าต้องการให้ท่อนไม้ลอยเหนือน้ำ 1 ft จงหาน้ำหนัก ตะกั่ว

น้ำหนักของท่อนไม้รวมกับตะกั่ว = น้ำหนักของวัตถุที่แทนที่น้ำ

$$[(0.65)(62.4)] \left[(5) \left(\frac{3}{12} \right) \left(\frac{3}{12} \right) \right] + 700 V = 62.4 \left[(5-1) \left(\frac{3}{12} \right) \left(\frac{3}{12} \right) \right] + V$$

$$V = 0.00456 \text{ ft}^3$$

$$W_{\text{ตะกั่ว}} = (0.00456)(700)$$

$$= 3.19 \text{ lbf}$$

ตอบ

6. จงหาอัตราของปริมาตรของโลหะที่มีความถ่วงจำเพาะ 7.25 เมื่อนำไปลอยในสถานะที่บรรจุ โปรต กำหนดให้ V คือ ปริมาตรของโลหะ และ V คือ ปริมาตรของโปรตที่ถูกแทนที่ โดยโลหะ

วิธีทำ จากสูตร $F_b = W$

$$[(13.6)(62.4)](V) = [(7.25)(62.4)](V)$$

$$V/V = 0.533$$

$$\text{อัตราส่วนของปริมาตรเหนือโปรต} = 1 - 0.533$$

$$= 0.467$$

ตอบ

7. กล่องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 25×10 ft² ลึก 12 ft และหนัก 40 ton ปลายด้านบนเปิด เมื่อนำไปปล่อยลงในน้ำสะอาด จงหาว่า (ก) กล่องจะจมน้ำลึกเท่าใด (ข) ถ้าน้ำลึก 12 ft จงหา น้ำหนักของก้อนหินที่จะนำไปใส่ในกล่องและทำให้กล่องจมที่พื้นพอดี

(ก) วิธีทำ จากสูตร $F_b = W$

$$62.4 [(25)(10)](D) = (40)(2,000)$$

$$D = 5.13 \text{ ft}$$

(ข) วิธีทำ จากสูตร $F_b = W$

$$62.4 [(25)(10)(12)] = (40 + W_{\text{หิน}})(2,000)$$

$$W_{\text{หิน}} = 53.6 \text{ ton}$$

ตอบ

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....