

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา กลศาสตร์ของไหล รหัสวิชา 3100 – 0103	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย พลศาสตร์ของของไหล	จำนวน 3 ชั่วโมง
ชื่อเรื่อง/ชื่องาน สมการเบอร์นูลลี, การประยุกต์สมการพลังงานกับเครื่องสูบและกังหัน		
หัวข้อเรื่องและงาน 6.5 สมการเบอร์นูลลี 6.6 การประยุกต์สมการพลังงานกับเครื่องสูบและกังหัน สาระสำคัญ 6.3 สมการเบอร์นูลลี คือ โมเมนต์ที่ไม่มีการหมุน มีสภาพอัดตัวไม่ได้และไม่มีความหนืดจะมีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของการไหล และความดันเป็นไปตามสมการเบอร์นูลลี 6.6 การประยุกต์สมการพลังงานกับเครื่องสูบและกังหัน คือ เครื่องสูบ (Pump) เป็นเครื่องมือกลที่ทำหน้าที่เพิ่มพลังให้แก่ของเหลว เพื่อให้ของเหลวนั้นไหลผ่านระบบท่อจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้ตามต้องการ พลังงานที่นำมาเพิ่มให้ของเหลวโดยทั่วไปจะได้จากมอเตอร์ สมรรถนะที่พึงประสงค์ (ความรู้ ทักษะ คุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณวิชาชีพ) 1. สามารถเขียนสมการเบอร์นูลลี ได้อย่างถูกต้อง 2. ประยุกต์สมการเบอร์นูลลี เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์หาของการไหลผ่านเครื่องสูบและกังหัน ได้อย่างถูกต้อง		

เนื้อหาสาระ

6.5 สมการเบอร์นูลลี

สำหรับของเหลวที่ไหลแบบคงตัว คือโมเลกุลไม่มีการหมุน มีสภาพอัดตัวไม่ได้ และไม่มี ความหนืด จะมีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของการไหล และความดันเป็นไปตามสมการของเบอร์ นูลลี (Bernoulli's Equation)

$$H = \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + Z \quad (\text{ต่อหน่วยน้ำหนัก})$$

ถ้าไม่คิดการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด 1 และจุด 2 จากกฎของพลังงานที่กล่าวว่า พลังงานไม่ มีการเกิดขึ้นหรือสูญหายไป แต่สามารถเปลี่ยนจากรูปหนึ่งไปอีกรูปหนึ่งได้ ดังนั้น จะได้ว่าพลังงานที่ จุด 1 (E_1) = พลังงานที่จุด 2 (E_2)

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 \quad \dots\dots\dots(6.7)$$

ซึ่งสมการเบอร์นูลลี (6.7) จะเป็นความจริงเฉพาะกรณีที่ของเหลวเคลื่อนที่จากจุด 1 ไปยังจุด 2 โดยไม่มีการสูญเสียหรือเพิ่มพลังงานใด ๆ เลยให้กับของเหลว แต่ในบางกรณี หากการเคลื่อนที่ของ ของเหลวจากจุด 1 ไปยังจุด 2 เกิดการเสียพลังงานในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ความเสียดทานภายในท่อ สมการของพลังงานในจุดที่ 1 และจุดที่ 2 จะกลายเป็น

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \quad \dots\dots\dots(6.8)$$

เมื่อ h_L คือ ความสูญเสีย (Head Loss) ที่เกิดจากการไหลจากจุด 1 ไปยังจุด 2 ในรูปของความสูง (m)

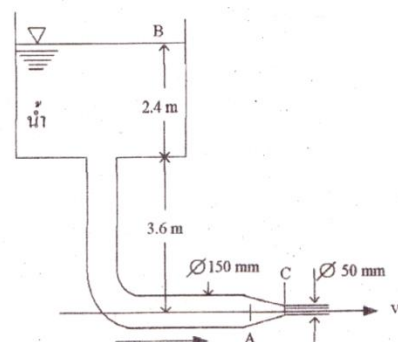
ตัวอย่างที่ 6.5 จากรูป จงคำนวณหา

- ก) อัตราการไหลของน้ำผ่านหัวฉีด
- ข) ความดันที่จุด A

วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดจุด A

$$A_A = \frac{\pi}{4} (0.15)^2 = 0.0177 \text{ m}^2$$

พื้นที่หน้าตัดหัวฉีดจุด C



$$A_A = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 0.00196 \text{ m}^2$$

จากสมการความต่อเนื่อง

$$A_A V_A = A_C v_C$$

$$V_A = \frac{(0.00196)V_C}{0.0177}$$

$$V_A = (0.111) v_C$$

จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด B กับ C

$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B = \frac{P_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + Z_C \quad \dots\dots\dots(1)$$

ที่จุด B

$$\frac{P_B}{\gamma} = 0 ; P_B = 0 \text{ (gage) เฉพาะเปิดสู่บรรยากาศ}$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = 0 ; v_B = 0 \text{ (เฉพาะผิวน้ำไม่มีการไหล)}$$

$$Z_B = 6 \text{ m}$$

ที่จุด

$$\frac{P_C}{\gamma} = 0 ; P_C \text{ เฉพาะเปิดสู่บรรยากาศ}$$

$$Z_C = 0 \text{ m}$$

แทนค่าในสมการ (1) $0 + 0 + 6 = 0 + \frac{v_C^2}{2g}$

$$V_C = 6 \times 2 \times 9.81 = 117.72$$

$$V_C = \sqrt{117.72} = 10.849 \text{ m/s}$$

หาอัตราการไหล Q

$$= A.v = 0.00196 \times 10.849$$

$$Q = 0.0213 \text{ m}^3/\text{s}$$

หาความดันที่จุด

A จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด A กับจุด C

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + Z_C \quad \dots\dots\dots(2)$$

หาความเร็ว V_A จาก

$$V_A = (0.111) V_C = 0.111 \times 10.849 = 1.204 \text{ m/s}$$

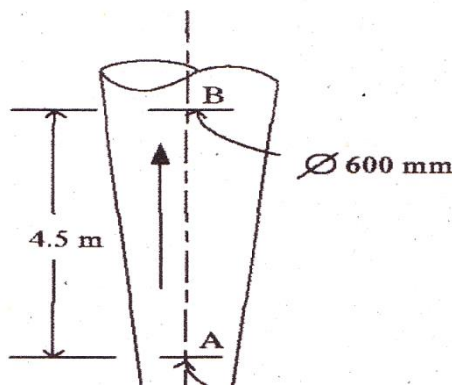
เนื่องจาก จุด A และจุด C อยู่ระดับเดียวกันดังนั้น $Z_A = Z_C$ หรือ $Z_C - Z_A = 0$

$$\text{แทนค่าในสมการ (2)} \quad \frac{P_A}{9.81} + \frac{(1.204)^2}{2 \times 9.81} = 0 + \frac{(10.849)^2}{2 \times 9.81} + 0$$

$$\frac{P_A}{9.81} = 5.999 - 0.0739$$

$$P_A = 58.12 \text{ kpa} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 6.6 น้ำไหลในท่อจากจุด A ไปยังจุด B ดังรูป ด้วยอัตราการไหล $0.37 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าความดันที่จุด A เท่ากับ 66.2 kpa จงคำนวณหาความดันที่จุด B (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานจากจุด A ไปยังจุด B)



วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดจุด A ; $A_A = \frac{\pi}{4} (0.3)^2 = 0.0707 \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดจุด B ; $A_B = \frac{\pi}{4} (0.6)^2 = 0.2827 \text{ m}^2$

หาความเร็วที่จุด A ; $V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.37}{0.0707} = 5.233 \text{ m/s}$

ใช้สมการความต่อเนื่องหาความเร็วจุด A

$$V_B = \frac{v_A A_A}{A_B} = \frac{5.233 \times 0.0707}{0.2827}$$

$$V_B = 1.309 \text{ m/s}$$

หาความดันที่จุด B จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด A และจุด B

$$\boxed{\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B} \quad \dots\dots\dots(1)$$

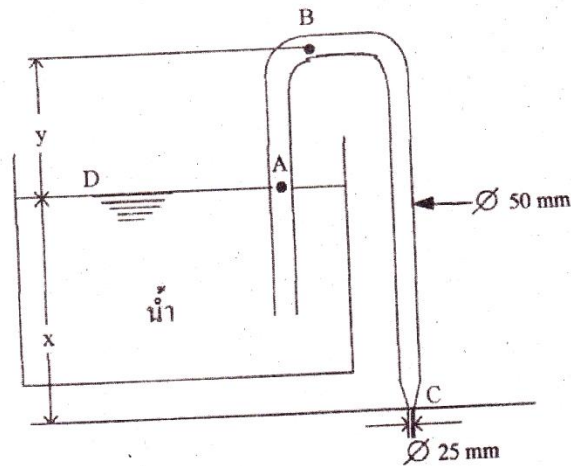
$$\begin{aligned}
 \text{ที่จุด A} \quad \frac{P_A}{\gamma} &= \frac{66.2}{9.81} = 6.748 \text{ m} \\
 \frac{v_A^2}{2g} &= \frac{(5.233)^2}{2 \times 9.81} = 1.396 \text{ m} \\
 Z_A &= 0 \\
 \text{ที่จุด B} \quad \frac{v_B^2}{2g} &= \frac{(1.309)^2}{9.81} = 0.0873 \text{ m} \\
 Z_B &= 4.5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$\begin{aligned}
 6.748 + 1.396 + 0 &= \frac{P_2}{9.81} + 0.0873 + 4.5 \\
 8.144 &= \frac{P_2}{9.81} + 4.5873 \\
 P_2 &= 34.891 \text{ kpa}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.7 กาลักน้ำดังรูป จงคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำผ่านหัวฉีด และหาความดันที่จุด A และ B เมื่อระยะความดันสูง $x = 4.6 \text{ m}$ และ $y = 0.9 \text{ m}$



วิธีทำ หาพื้นที่หน้าตัดที่จุด A และ B เนื่องจากความโตของท่อมีขนาดเท่ากัน

ดังนั้น $A_A = A_B = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

หาพื้นที่หน้าตัดที่หัวฉีด

$$A_c = \frac{\pi}{4} (0.025)^2 = 4.909 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

ใช้สมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด D และ C

$$\frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g} + Z_D = \frac{P_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + Z_C \quad \dots\dots\dots(1)$$

ที่จุด D

$$P_D = 0, v_D = 0, Z_D = 4.6 \text{ m}$$

ที่จุด C

$$P_C = 0, Z_C = 0$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$0 + 0 + 4.6 = 0 + \frac{v_C^2}{2g} + 0$$

$$v_C = \sqrt{4.6 \times 2 \times 9.81}$$

$$v_C = 9.50 \text{ m/s}$$

หาอัตราการไหลของน้ำผ่านหัวฉีด

$$\begin{aligned} Q &= v_C \cdot A_C \\ &= 9.50 \times 4.909 \times 10^{-4} \\ &= 4.66 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

ใช้สมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด D และ A

$$\begin{aligned} \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g} + Z_D &= \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A \\ 0 + 0 + (Z_D - Z_A) &= \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} \\ P_A &= \gamma \cdot (Z_D - Z_A) - \left(\frac{v_A^2}{2g} \right) \quad \dots(2) \end{aligned}$$

เนื่องจาก A และ D อยู่ระดับเดียวกัน ดังนั้น

$$(Z_D - Z_A) = 0$$

หา v_A จากสมการ

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{4.66 \times 10^{-3}}{1.963 \times 10^{-3}}$$

$$v_A = 2.374 \text{ m/s}$$

$\therefore$

$$\frac{v_A^2}{2g} = \frac{(2.374)^2}{2 \times 9.81} = 0.287 \text{ m}$$

และ

$$\frac{v_B^2}{2g} = 0.287 \text{ m} \quad (\text{เพราะ } A_A = A_B)$$

แทนค่าในสมการ

(2)

$$P_A = 9.81 (0 - 0.287)$$

$$P_A = -2.82 \text{ kPa}$$

ใช้สมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด D และ B

$$\frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g} + Z_D = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B$$

$$0 + 0 + (Z_D - Z_B) = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$-0.9 = \frac{P_B}{\gamma} + 0.287$$

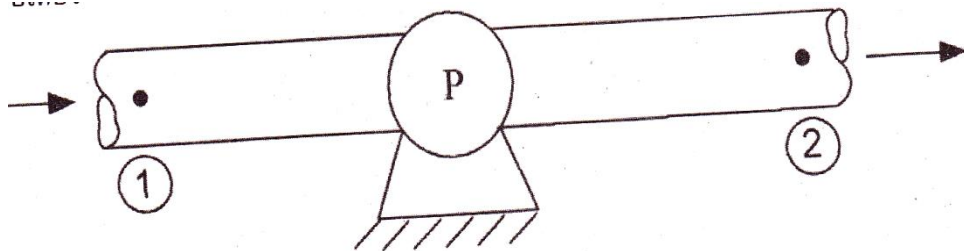
$$P_B = 9.81 \times (-1.187)$$

$$P_B = -11.64 \text{ kPa}$$

ตอบ

6.6 การประยุกต์สมการพลังงานเพื่อใช้กับเครื่องสูบน้ำและกังหัน

เครื่องสูบน้ำ(Pump)เป็นเครื่องมือกลที่ทำหน้าที่เพิ่มพลังงานให้แก่ของไหล เพื่อให้ของไหลนั้นไหลผ่านระบบท่อจากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่งได้ตามต้องการ พลังงานที่นำมาเพิ่มให้แก่ของไหลโดยทั่วไปจะได้มีเตอร์



รูปที่ 6.6 แสดงการเพิ่มพลังให้แก่ของไหลโดยใช้เครื่องสูบน้ำ

พิจารณาจากรูป สมการพลังงานจะได้

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 + h_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + \sum h_L \quad \dots\dots\dots(6.9)$$

เมื่อ h_p คือ พลังงานของของไหลที่ได้รับจากเครื่องสูบน้ำ

$\sum h_L$ คือ ผลรวมของการสูญเสียกำลังงานจากจุด 1 ไปยังจุด 2

ข้อสังเกต จากสมการพลังงานเครื่องสูบน้ำจุดที่ 1 จะเป็นจุดที่ไหลเข้าสู่เครื่องสูบน้ำและจุด 2 จะเป็นจุดที่ของไหลออกจากเครื่องสูบน้ำ

กำลังงานของของไหล (P_w)

กำลังงานของของไหลเนื่องจากเครื่องสูบน้ำ สามารถหาได้จาก

$$P_w = \gamma \cdot Q \cdot h_p \quad \dots\dots\dots(6.10)$$

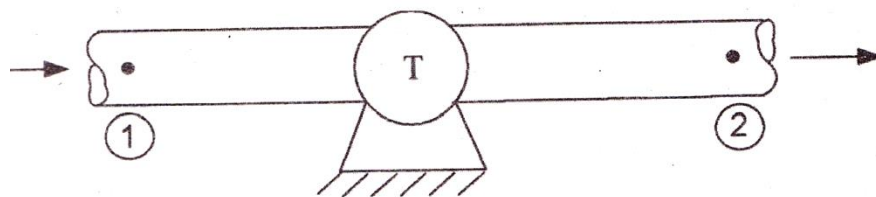
เมื่อ P_w = กำลังงานของขอลไหล (Watt)
 γ = น้ำหนักจะเพาะของของไหล (N/m³)
 Q = อัตราการไหล (m³/s)
 h_p = พลังงานของของไหลที่ได้รับจากเครื่องสูบล (m)

แต่เนื่องจากเครื่องสูบล (Pump) ทัวไปแล้ว จะเกิดการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความฝืดของชิ้นส่วนที่เคลื่อนที่ เช่น เพลาเครื่องสูบล ซึ่งทำให้สมรรถนะของเครื่องสูบลลดลง ดังนั้นกำลังที่ต้องให้กับเครื่องสูบล หรือกำลังงานที่มอเตอร์ไฟฟ้าให้เครื่องสูบล สามารถได้จาก

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot h_p}{\eta} \dots\dots\dots(6.11)$$

เมื่อ η คือ ประสิทธิภาพของเครื่องสูบล

กังหันพลังของไหล (turbine) คือ เครื่องมือที่เปลี่ยนพลังงานของของไหลเป็นพลังงานกล เพื่อไปหมุนเพลาของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ดังนั้นจึงมีการสูญเสียพลังงานของของไหลในรูปของความสูง



รูปที่ 6.7 การทำงานของกังหัน

พิจารณารูป จะได้สมการพลังงานคือ

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + H_T + \sum h_L \dots\dots\dots(6.12)$$

เมื่อ H_T คือ พลังงานที่กังหันได้รับในรูปของความสูง (m)

กำลังงานของกังหัน (P_T) หาได้จาก

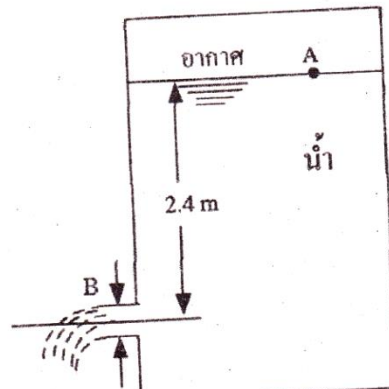
$$P_T = \gamma \cdot Q \cdot H_T \dots\dots\dots(6.13)$$

แต่เนื่องจากกังหัน (turbine) จะเกิดการสูญเสียพลังงานจากความฝืดทำให้ประสิทธิภาพ (η) ของกังหันลดลง ดังนั้นกำลังงานของกังหันที่นำไปผลิตกระแสไฟฟ้า คือ

$$P_E = \gamma \cdot Q \cdot H_T \dots\dots\dots(6.14)$$

เมื่อ P_E คือ กำลังงานที่ผลิตกระแสไฟฟ้า (Watt)

ตัวอย่างที่ 6.8 จงคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำที่ออกจากถังน้ำขนาดใหญ่ เมื่อภายในถังน้ำมีความดัน 140 kpa เหนือผิวน้ำ และมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการไหลผ่านท่อ 2 m



วิธีทำ หาพื้นที่หน้าตัดที่จุด B

$$A_B = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 1.963 \times 10^{-3} m^2$$

จากสมการพลังงานระหว่างจุด A กับจุด B

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B + \sum h_L \quad \dots\dots\dots(1)$$

ที่จุด A

$$P_A = 140 \text{ kPa} \quad \text{และ} \quad \frac{P_A}{\gamma} + \frac{140}{9.81} = 14.27 \text{ m}$$

$$v_A = 0, \quad Z_A = 2.4 \text{ m}$$

ที่จุด B

$$P_B = 0 \quad Z_B = 0 \quad \text{m} \quad \text{และ} \quad \text{โจทย์กำหนด} \quad \sum h_L = 2 \text{ m}$$

แทนค่าลงในสมการ (1)

$$14.27 + 0 + 2.4 = 0 + \frac{v_B^2}{2g} + 0 + 2$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = 14.67$$

$$v_B = \sqrt{14.67 \times 2 \times 9.81}$$

$$v_B = 16.97 \text{ m/s}$$

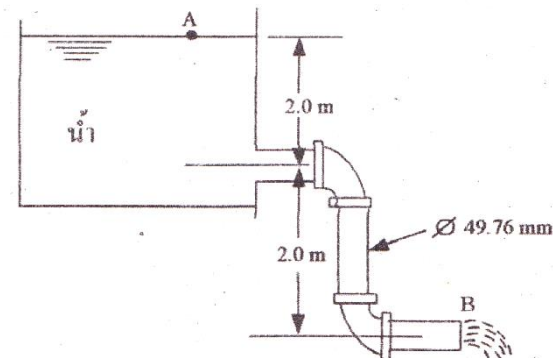
หาอัตราการไหล จากสูตร

$$\begin{aligned} Q &= v_B \cdot A_B \\ &= 16.97 \times 1.963 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$Q = 3.33 \times 10^{-2} m^3 / s$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.9 อัตราการไหลของน้ำผ่านท่อเท่ากับ $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ จงคำนวณหาการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการไหล กำหนดให้ท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 49.76 mm



วิธีทำ หาพื้นที่หน้าตัดของท่อที่จุด B

$$A_B = \frac{\pi}{4} (0.04976)^2 = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

หาความเร็วที่จุด B

$$V_B = \frac{Q}{A} = \frac{0.01}{1.945 \times 10^{-3}}$$

$$V_B = 5.14 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B + \sum h_L \quad \dots\dots\dots (1)$$

ที่จุด A

$$P_A = 0 \quad v_A = 0 \quad Z_A = 4 \text{ m}$$

ที่จุด B

$$P_B = 0 \quad \text{และ} \quad Z_B = 0$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = \frac{(5.14)^2}{2 \times 9.81} = 1.35 \text{ m}$$

แทนค่าในสมการ (1)

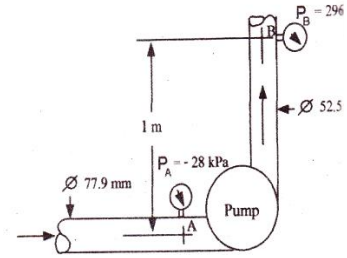
$$0 + 0 + 4 = 0 + 1.35 + 0 + \sum h_L$$

$$\sum h_L = 2.65 \text{ m}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.10 เครื่องสูบน้ำ (pump) ดังรูป สูบน้ำมันด้วยอัตรา $0.014 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะ 0.86 เมื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อดูด 77.9 mm กำหนดให้การสูญเสียพลังงานรวมเนื่องจากการไหลเท่ากับ 1.86 m จงคำนวณหา

- พลังงานจากเครื่องสูบน้ำ
- กำลังงานของของไหล เนื่องจากเครื่องสูบน้ำ
- กำลังงานมอเตอร์ไฟฟ้า เมื่อเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 82 %



วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดที่จุด A ; $A_A = \frac{\pi}{4}(0.0779)^2 = 4.766 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดที่จุด B ; $A_B = \frac{\pi}{4}(0.0525)^2 = 2.165 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

น้ำหนักจำเพาะของน้ำมัน; $\gamma = S \cdot \gamma_{\text{น้ำ}} = 0.86 \times 10^{-3} = 8.44 \text{ kg/m}^3$

หาความเร็วที่จุด A

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.014}{4.766 \times 10^{-3}} = 2.94 \text{ m/s}$$

หาความเร็วที่จุด B

$$v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{0.014}{2.165 \times 10^{-3}} = 6.47 \text{ m/s}$$

ก) จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด A กับจุด B

$$\begin{aligned} \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A + h_p &= \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B + \sum h_L \\ \frac{-28}{8.44} + \frac{(2.94)^2}{2 \times 9.81} + 0 + h_p &= \frac{296}{8.44} + \frac{(6.47)^2}{2 \times 9.81} + 1 + 1.86 \\ -3.32 + 0.44 + 0 + h_p &= 35.07 + 2.13 + 1 + 1.86 \\ h_p &= 42.94 \text{ m} \end{aligned}$$

ข) กำลังงานของของไหลเนื่องจากเครื่องสูบน้ำ

$$\begin{aligned} P_w &= h_p \cdot \gamma \cdot Q \\ &= 42.94 \text{ m} \times 8.44 \text{ kN/m}^3 \times 0.014 \text{ m}^3/\text{s} \\ P_w &= 5.07 \text{ kN.m/s} = 5.07 \text{ kW} \end{aligned}$$

ค) กำลังงานมอเตอร์ไฟฟ้าเมื่อเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 82 %

$$\text{ประสิทธิภาพ 82 \%} = \frac{82}{100} = 0.82$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{h_p \cdot \gamma \cdot Q}{\eta} \\ &= \frac{5.07}{0.82} \end{aligned}$$

$$P = 6.18 \text{ kw}$$

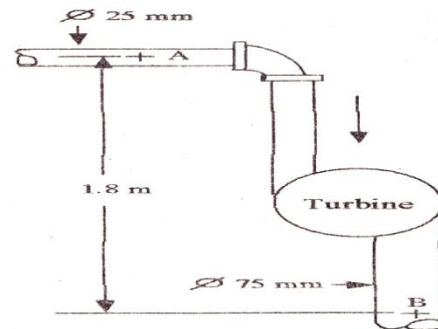
ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.11 น้ำมีอัตราการไหล 115 L/min ไหลผ่านกังหันพลังน้ำดังรูป โดยความดันที่จุด A เท่ากับ 700 kpa และจุด B เท่ากับ 125 kpa การสูญเสียพลังงานรวม 4 m จงคำนวณหา

ก) กำลังงานของกังหันพลังน้ำ (P_T)

ข) ถ้ากังหันพลังน้ำมีประสิทธิภาพ 85 %

จงหากำลังงานที่ผลิตได้



วิธีทำ หาพื้นที่หน้าตัดที่จุด A; $A_A = \frac{\pi}{4} (0.0525)^2 = 4.409 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

หาพื้นที่หน้าตัดที่จุด B; $A_B = \frac{\pi}{4} (0.075)^2 = 4.418 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

อัตราการไหลของน้ำ $Q = 115 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$

$Q = 1.917 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

หาความเร็วที่จุด A $v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{1.917 \times 10^{-3}}{4.409 \times 10^{-3}}$

$v_A = 3.91 \text{ m/s}$

หาความเร็วที่จุด B $v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{1.917 \times 10^{-3}}{4.418 \times 10^{-3}}$

$v_B = 0.43 \text{ m/s}$

ก) จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด A กับจุด B

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B + H_T + \sum h_L$$

(1)..... $H_T = \frac{(P_A - P_B)}{\gamma} + (Z_A - Z_B) + \frac{(v_A^2 - v_B^2)}{2g} - \sum h_L$

หา $\frac{P_A - P_B}{\gamma} = \frac{(3.91)^2 - (0.43)^2}{9.81} = 58.6 \text{ m}$

จากรูป $(Z_A - Z_B) = 1.8 \text{ m}$

$\frac{(v_A^2 - v_B^2)}{2g} = \frac{(3.91)^2 - (0.43)^2}{2 \times 9.81} = 0.77 \text{ m}$

และ $\sum h_L = 4 \text{ m}$

แทนค่าลงในสมการ (1)

$H_T = 58.6 + 1.8 + 0.77 - 4$

$H_T = 57.17 \text{ m}$

กำลังงานของกังหันน้ำ (P_T)

$$\begin{aligned}
 P_T &= H_T \cdot \gamma \cdot Q \\
 &= 57.17 \times 9.81 \times 1.917 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

$$P_T = 1.08 \text{ kw}$$

ข) หากำลังที่กังหันผลิตได้

$$\begin{aligned}
 P_E &= \eta \cdot \gamma \cdot Q \cdot H_T \\
 &= 0.85 \times 1.08
 \end{aligned}$$

$$P_E = 0.92 \text{ kW}$$

ตอบ

สรุปท้ายบท

อัตราการไหล หมายถึง ปริมาณของของไหลที่เคลื่อนที่ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งปริมาณการไหลที่กำลังเคลื่อนที่อาจจะแสดงใน 3 รูปแบบ คือ

Q = อัตราการไหลโดยปริมาตร (Volume flow rate) ซึ่งเป็นการไหลของของไหลโดยปริมาตร ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (m^3/s)

W = อัตราการไหลโดยน้ำหนัก (Weight flow rate) ซึ่งเป็นไหลของของไหลโดยน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยเวลา (N/s)

M = อัตราการไหลโดยมวล (Mass flow rate) ซึ่งเป็นการไหลของของไหลโดยมวล ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (kg/s)

โดยทั่วไปอัตราการไหลนิยมแสดงในรูปของการไหลโดยปริมาตร ซึ่งสามารถคำนวณหาได้จากสมการ ดังนี้

$$\text{อัตราการไหลโดยปริมาตร } Q = Av$$

การหาความเร็วของของเหลวที่ทางเข้าหรือทางออกของท่อ เมื่อปลายทั้งสองข้างของท่อมียานาดพื้นที่หน้าตัดไม่เท่ากัน สามารถหาได้จาก “สมการการไหล” โดยอาศัยหลักการคือ อัตราการไหลเข้าของของเหลว = อัตราการไหลออกของของเหลว

$$Q_1 = Q_2 \text{ หรือ } A_1 v_1 = A_2 v_2$$

พลังงานการไหลที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหล ประกอบด้วย พลังงานศักย์ พลังงานจลน์และพลังงานความดัน ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูป

$$H = \frac{\rho}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + Z$$

สมการเบอร์นูลลี ซึ่งใช้หลักการของพลังงานการไหลของของไหลแบบคงตัว โดยพลังงานของของไหลจะสามารถแสดงในรูปของความเร็ว ความดัน และระดับความสูง โดยสามรูปนี้จะมีหน่วยเป็นความสูง รูปสมการคือ

$$1) \text{ กรณีเมื่อการไหลไม่มีแรงเสียดทานเกิดขึ้น } \frac{\rho_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{\rho_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_2$$

$$2) \text{ กรณีเมื่อการไหลของของเหลวในท่อมียแรงเสียดทานเกิดขึ้น}$$

$$\frac{\rho_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{\rho_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_2 + \sum h_L$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ขั้นนำ

1. กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว แล้วอธิบายหลักการ

ทำงาน

ขั้นสอน

1. แจกชุดประสกร์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมนผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่

นักศึกษา

2. บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 5
3. สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9
4. ให้ทำแบบฝึกหัดและเปิดโอกาสให้นักศึกษาถาม

ขั้นสรุป

1. ผู้สอนสรุปเนื้อหาให้นักศึกษาฟัง และถามนักศึกษาในเรื่องที่เรียน

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้นักศึกษาไปศึกษาเนื้อหาตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9 เพื่อทำการทดสอบ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 5
2. แผ่นใสหน่วยที่ 5 ตัวอย่างที่ 5.3 5.5 และ 5.9

การวัดผลและประเมินผล

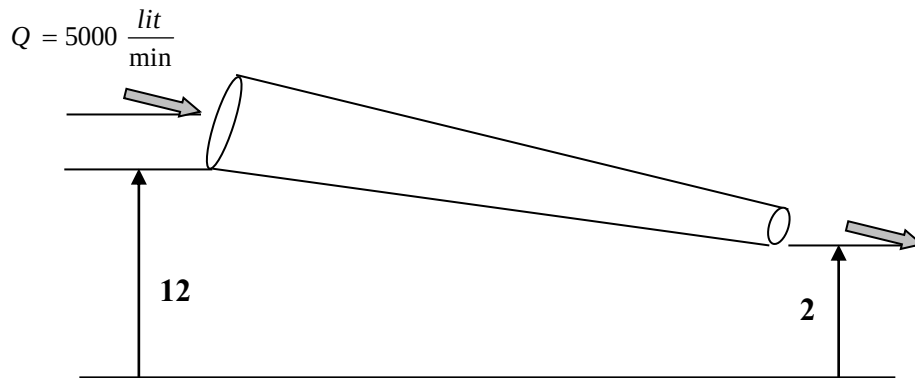
1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ให้ทำแบบทดสอบ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. น้ำไหลในท่อลดขนาดดังรูปพื้นที่ $A_1 = 0.01 \text{ m}^2$ $A_2 = 0.005 \text{ m}^2$ ความดัน $P_1 = 10 \text{ kPa}$ จงคำนวณหาความดัน P_2 โดยไม่คิดความสูญเสีย
2. น้ำไหลในท่อจากจุด A ไปยังจุด B ดังรูป ด้วยอัตราการไหล $0.37 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าความดันที่จุด A เท่ากับ 66.2 kPa จงคำนวณหาความดันที่จุด B (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานจากจุด A ไปยังจุด B)
3. เครื่องสูบ (pump) ดังรูป สูบน้ำมันด้วยอัตรา $0.014 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะ 0.86 เมื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อดูด 77.9 mm กำหนดให้การสูญเสียพลังงานรวม เนื่องจากการไหล

เฉลยแบบฝึกหัด

1. น้ำไหลในท่อลดขนาดดังรูปพื้นที่ $A_1 = 0.01 \text{ m}^2$ $A_2 = 0.005 \text{ m}^2$ ความดัน $P_1 = 10 \text{ kPa}$ จงคำนวณหาความดัน P_2 โดยไม่คิดความสูญเสีย



จาก
$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + (Z_1 - Z_2) = 0$$

$$Q = 5000 \frac{\text{lit}}{\text{min}} \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ lit}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.0833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.0833}{0.01} = 8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.0833}{0.005} = 16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{แทนใน สมการจะได้}$$

$$\frac{(10E3 - P_2)}{9810} + \frac{(8.33^2 - 16.67^2)}{2(9.81)} + (12 - 2) = 0$$

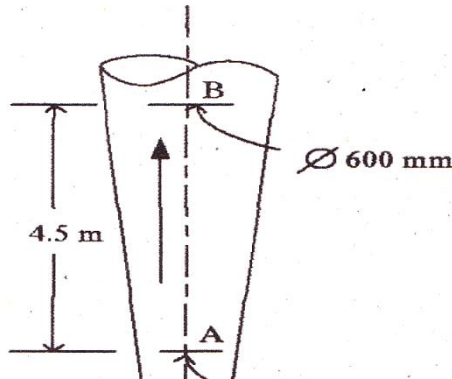
$$\frac{10E3}{9810} - \frac{P}{9810} + \frac{(8.33^2 - 16.67^2)}{2(9.81)} + (12 - 2) = 0$$

$$-\frac{P_2}{9810} = -\frac{10E3}{9810} - \frac{(8.33^2 - 16.67^2)}{2(9.81)} - (12 - 2)$$

$$P_2 = 9810 \left(\frac{10E3}{9810} + \frac{(8.33^2 - 16.67^2)}{2(9.81)} + (12 - 2) \right)$$

$$P_2 = 3850.1 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{ตอบ}$$

2. น้ำไหลในท่อจากจุด A ไปยังจุด B ดังรูป ด้วยอัตราการไหล $0.37 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าความดันที่จุด A เท่ากับ 66.2 kPa จงคำนวณหาความดันที่จุด B (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานจากจุด A ไปยังจุด B)



วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดจุด A ; $A_A = \frac{\pi}{4} (0.3)^2 = 0.0707 \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดจุด B ; $A_B = \frac{\pi}{4} (0.6)^2 = 0.2827 \text{ m}^2$

หาความเร็วที่จุด A ; $V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.37}{0.0707} = 5.233 \text{ m/s}$

ใช้สมการความต่อเนื่องหาความเร็วจุด A

$$V_B = \frac{v_A A_A}{A_B}$$

$$= \frac{5.233 \times 0.0707}{0.2827}$$

$$V_B = 1.309 \text{ m/s}$$

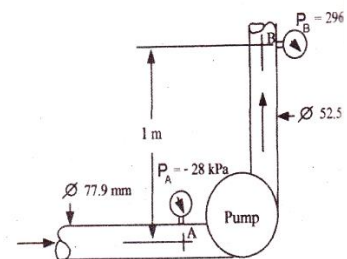
ตอบ

3. เครื่องสูบ (pump) ดังรูป สูบน้ำมันด้วยอัตรา $0.014 \text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะ 0.86 เมื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อดูด 77.9 mm กำหนดให้การสูญเสียพลังงานรวม เนื่องจากการไหล เท่ากับ 1.86 m จงคำนวณหา

ง) พลังงานจากเครื่องสูบ

จ) กำลังงานของของไหล เนื่องจากเครื่องสูบ

ฉ) กำลังงานมอเตอร์ไฟฟ้า เมื่อเครื่องสูบบมีประสิทธิภาพ 82%



วิธีทำ พื้นที่หน้าตัดที่จุด A ; $A_A = \frac{\pi}{4} (0.0779)^2 = 4.766 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดที่จุด B ; $A_B = \frac{\pi}{4} (0.0525)^2 = 2.165 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

น้ำหนักจำเพาะของน้ำมัน ; $\gamma = S. \gamma_{\text{น้ำ}} = 0.86 \times 10^{-3} = 8.44 \text{ kg/m}^3$

หาความเร็วที่จุด A

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.014}{4.766 \times 10^{-3}} = 2.94 \text{ m/s}$$

หาความเร็วที่จุด B

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.014}{2.165 \times 10^{-3}} = 6.47 \text{ m/s}$$

ง) จากสมการเบอร์นูลลีระหว่างจุด A กับจุด B

$$\begin{aligned} \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A + h_p &= \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B + \sum h_L \\ \frac{-28}{8.44} + \frac{(2.94)^2}{2 \times 9.81} + 0 + h_p &= \frac{296}{8.44} + \frac{(6.47)^2}{2 \times 9.81} + 1 + 1.86 \\ -3.32 + 0.44 + 0 + h_p &= 35.07 + 2.13 + 1 + 1.86 \\ h_p &= 42.94 \text{ m} \end{aligned}$$

จ) กำลังงานของของไหลเนื่องจากเครื่องสูบล

$$\begin{aligned} P_w &= h_p \cdot \gamma \cdot Q \\ &= 42.94 \text{ m} \times 8.44 \text{ kN/m}^3 \times 0.014 \text{ m}^3/\text{s} \\ P_w &= 5.07 \text{ kN.m/s} = 5.07 \text{ kW} \end{aligned}$$

ฉ) กำลังงานมอเตอร์ไฟฟ้าเมื่อเครื่องสูบลมีประสิทธิภาพ 82 %

$$\text{ประสิทธิภาพ 82 \%} = 82/100 = 0.82$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{h_p \cdot \gamma \cdot Q}{\eta} \\ &= \frac{5.07}{0.82} \\ P &= 6.18 \text{ kw} \end{aligned}$$

ตอบ

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....