


	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>หัวข้อเรื่อง</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน 2. ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนโมเมนต์ดัดและน้ำหนัก <p>สาระสำคัญ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. แผนภาพแรงเฉือน คือการเขียนกราฟของแรงเฉือนโดยใช้แกน x แทนตำแหน่งความยาวของคาน ส่วนขนาดของแรงเฉือนจะแสดงค่าด้วยแกน y การหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับจะใช้สมการ $\sum M = 0$ สำหรับคานทุกชนิด ยกเว้นแบบคานอื่น ส่วนสมการ $\sum F_y = 0$ ใช้กับคานอย่างง่ายและคานแบบช่วงเดียวปลายยื่น และการหาค่าแรงเฉือนในแต่ละช่วงหาได้โดยการใช้สมการ $V = (\sum F_y)_L$ 2. แผนภาพโมเมนต์ดัด คือ การเขียนกราฟโมเมนต์ดัดโดยใช้แกน x แทนตำแหน่งความยาวของคาน ส่วนขนาดของแรงเฉือนจะแสดงค่าด้วยแกน y การแบ่งส่วนดัดของคานทำแบบเดียวกันกับแรงเฉือน และการหาโมเมนต์ดัดในแต่ละช่วง หาโดยใช้สมการ $M = (\sum M)_L$ 3. ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน โมเมนต์ดัดและน้ำหนักจะช่วยลดความยุ่งยากในการเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่มีความยุ่งยาก <p>วัตถุประสงค์</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเขียนแผนภาพแรงเฉือนและคำนวณหาค่าแรงเฉือนในแต่ละช่วงได้อย่างถูกต้อง 2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเขียนแผนภาพโมเมนต์ดัดและคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดในแต่ละช่วงได้อย่างถูกต้อง 3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด โดยใช้หลักความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน โมเมนต์ดัดและน้ำหนักได้อย่างถูกต้อง 		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>เนื้อหาสาระ</p> <p>1. แผนภาพของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน</p> <p>การที่จะหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานที่รองรับแบบคานช่วงเดียวหรือคานช่วงเดียวปลายยื่นนั้น จำเป็นจะต้องหาแรงปฏิกิริยาที่รองรับของคานก่อนเสมอ ดังนั้นค่าแรงปฏิกิริยาที่คำนวณได้จะต้องเป็นค่าที่ถูกต้อง มิฉะนั้นจะทำให้การหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคานนั้นผิดพลาดตามไปด้วย ส่วนคานแบบคานยื่นนั้นไม่จำเป็นต้องหาค่าแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น ในกรณีของคานช่วงเดียวหรือคานช่วงเดียวปลายยื่น แรงปฏิกิริยาแต่ละตัวจะหาได้โดยการหาโมเมนต์รอบจุดรองรับ $[\sum M = 0]$ แล้วใช้ผลรวมของแรงปฏิกิริยาเท่ากับแรงที่กระทำกับคานหรือน้ำหนักที่กระทำกับคาน $[\sum F_y = 0]$ ก็จะหาค่าแรงปฏิกิริยาที่กระทำกับจุดรองรับของคานได้ตามต้องการ ซึ่งจะสามารถหาแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดนั้นได้โดยใช้สมการสถิตยศาสตร์</p> <p>พิจารณาคานซึ่งถูกกระทำด้วยแรง F_1, F_2 และ F_3 โดยแรง R_A และ R_B เป็นแรงปฏิกิริยา ณ ที่จุดรองรับ ซึ่งเราสามารถที่จะหาได้จากสมการ $\sum M = 0$ และ $\sum F_y = 0$</p> <p>ให้ V คือแรงเฉือน และ M คือโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดระยะทาง x จากที่จุดรองรับ A ซึ่งเป็นค่าที่ต้องการจะหา โดยให้คานถูกตัดออกที่หน้าตัดนั้นซึ่งจะทำให้เกิดแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดขึ้น ดังรูป free body ในการที่คานนี้จะอยู่ในสภาพสมดุลได้ แรงรวมตามแนวตั้งจะต้องเป็นศูนย์ ซึ่งจะได้</p> $V + F_1 + F_2 - R_A = 0$ $V - R_A - F_1 - F_2$ <p>โมเมนต์ดัดรวมที่หน้าตัดต้องเท่ากับศูนย์ จะได้สมการ</p> $M + F_1(x - a) + F_2(x - b) - R_A x = 0$ $M - R_A x - F_1(x - a) - F_2(x - b)$		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>ค่าของแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M จากสมการ 1 และ 2 นี้สำหรับอยู่ในช่วง $b < x < c$ เท่านั้น ถ้าต้องการทราบค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดอื่นซึ่งจำนวนแรงที่มากระทำต่อคานก็จะเปลี่ยนไป ก็ให้ตัด free body ที่หน้าตัดนั้น แล้วจึงใช้สมการการสมดุลทางสถิตยศาสตร์อีก</p> <p>เมื่อได้ค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของแต่ละช่วงแล้วก็สามารถนำไปเขียนกราฟของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดได้ โดยให้แกน x แทนตำแหน่งของหน้าตัดของคาน ส่วนขนาดของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจะแทนได้ด้วยแกน y ฉะนั้นแผนภาพของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจึงเป็นการแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงขนาดของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดใด ๆ ไปตามความยาวของคาน จากแผนภาพของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่ได้ก็จะทำให้ทราบค่าสูงสุดของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในคานนั้น ตลอดจนตำแหน่งที่เกิดค่าสูงสุดเหล่านี้ด้วย ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการที่จะคำนวณหาความเค้นดัดและความเค้นเฉือนในความต่อไป</p> <p>ตำแหน่งรับแรงเฉือนมากที่สุด ในการหาค่าและตำแหน่งของแรงเฉือนสูงสุดนั้น จะต้องสร้างแผนภาพของแรงเฉือน ทั้งนี้เพราะไม่มีวิธีการคำนวณวิธีใดที่จะบอกได้ว่าแรงเฉือนสูงสุดที่เกิดขึ้นจะเกิด ณ ที่ใดของคานนั้น แต่โดยทั่ว ๆ ไปแล้วมักจะเกิดขึ้นที่บริเวณจุดรองรับของคานนั้นเป็นส่วนใหญ่</p> <p>2. ตำแหน่งรับโมเมนต์ดัดสูงสุด</p> <p>ในการที่จะหาความเค้นดัดในคานมีความจำเป็นที่จะต้องใช้ค่าโมเมนต์ดัดที่มีขนาดสูงสุด (ค่าเป็นบวกหรือลบมากที่สุด) ตำแหน่งที่ขนาดของโมเมนต์ดัดสูงสุด อาจหาได้โดยการใช้ข้อสังเกตดังต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดจะเกิดขึ้น ณ ตำแหน่งที่มีค่าของแรงเฉือนเปลี่ยนจากบวกมาเป็นลบ 2. ค่าโมเมนต์ ดัดต่ำสุดจะเกิดขึ้น ณ ตำแหน่งที่มีค่าของแรงเฉือนเปลี่ยนจากลบมาเป็นบวก 3. ในกรณีที่สมการของโมเมนต์ดัดเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องของ x ตลอด โมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต่ำสุดจะเกิดเมื่อ $V = 0 \dots \frac{dM}{dx} = 0$ 		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>4. ในกรณีที่มีแรงกระทำเป็นจุดอยู่ด้วย ขนาดสูงสุดของโมเมนต์ดัดจะเกิดขึ้น ณ ที่ใดที่หนึ่งของแรงที่กระทำเป็นจุด ทั้งนี้ยกเว้นคานแบบยื่น</p> <p>5. ขนาดสูงสุดของโมเมนต์ดัดในคานแบบยื่น จะเกิดที่ปลายของคานซึ่งถูกยึดแน่น</p> <p>3. จุดดัดกลับ (Point of inflection)</p> <p>จุดดัดกลับในคานคือจุดบนเส้นโค้งอีลาสติก ที่โมเมนต์ดัดเปลี่ยนเครื่องหมายซึ่งจะตรงกับจุดที่ตัดกับแกน x ของแผนภาพของโมเมนต์ดัด จุดดัดกลับจะเกิดขึ้นเมื่อคานนั้นถูกกระทำทั้งโมเมนต์ดัดชนิดบวกและลบ ซึ่งได้แก่ คานช่วงเดียวปลายยื่น สำหรับคานช่วงเดียวและคานยื่นจะไม่มีจุดดัดกลับเกิดขึ้น</p> <p>ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน (V) , โมเมนต์ดัด (M) และน้ำหนัก (w)</p> <p>ในคานที่มีแรงหรือน้ำหนักที่ยู่ยากมากขึ้น การคำนวณและการสร้างแผนภาพของแรงเฉือนและของโมเมนต์ดัดจะยุ่งยากและเสียเวลามาก ดังนั้นถ้ารู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงหรือน้ำหนักบนคานแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ก็นับว่าสะดวกและเป็นประโยชน์มากต่อการสร้างแผนภาพและการระบุตำแหน่งหน้าตัดของคานที่มีค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดได้ด้วย</p> <p>สรุปเนื้อหา</p> <p>คานคือชิ้นส่วนที่รับแรงหรือน้ำหนักในลักษณะตั้งฉาก คานจะเกิดการดัด คานแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือแบบหาค่าได้ทางสถิตยศาสตร์ และคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ ในบทนี้จะหาแบบแรกก่อน ในขั้นแรกเราจำกำหนดเครื่องหมายของการดัดก่อน แรงที่ดัดคานให้โค้งลง เราจะให้ค่าลบ และแรงที่ดัดคานแอ่นขึ้นเราจะให้ค่าบวก ขั้นตอนการหาค่าความเค้นดัดเราสามารถทำได้ดังนี้</p> <p>1. หาแรงปฏิกิริยา เขียนไดอะแกรมรูปอิสระ (F.B.D.) ของคานและหาแรงปฏิกิริยามาให้ได้ก่อน ซึ่งแรงจะต้องตั้งฉากกับคาน</p>		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์คดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

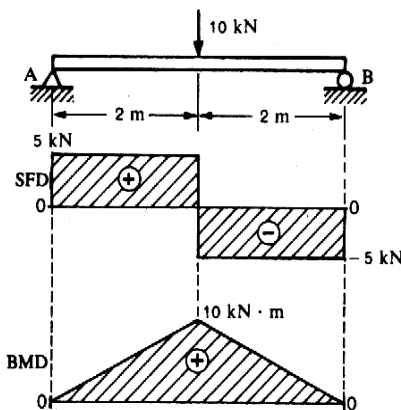
2. เขียนไดอะแกรมแรงเฉือน กำหนดแกนของกราฟโดยแรง V อยู่ในแกนตั้ง x ในแนวนอนพล็อตค่าที่รู้ของแรงที่กระทำ ณ ปลายคานทั้งสอง โดยตัดคานออกทุกช่วงที่มีแรงกระทำเปลี่ยนไป แล้วใช้สมการสมดุลหาแรงเฉือนแล้ว

3. นำมาพล็อตกราฟ

เขียนไดอะแกรมโมเมนต์คด กำหนดกราฟของโมเมนต์คดอยู่ในแนวตั้ง M และแกน X อยู่ในแนวนอนพล็อตค่าโมเมนต์ โดยตัดคานออกเป็นช่วงเหมือนกับแรงเฉือน เขียนสมการโมเมนต์คดทุกหน้าตัดโดยใช้สมการของแรงเฉือนมาพิจารณา แล้วใช้สมการของโมเมนต์คดมาหาค่าโมเมนต์คดสูงสุด

ตัวอย่างที่ 1

จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้พร้อมทั้งหาขนาดและตำแหน่งของ โมเมนต์คดสูงสุดด้วย




วิธีทำ หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\sum M_A = 0] \quad 4R_B = 10 \times 2$$

$$R_B = \frac{20}{4} = 5 \text{ kN}$$

$$R_A = 10 - 5 = 5 \text{ kN}$$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์คดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

ที่หน้าตัด $0 < x < 2$

$$V = R_A = 5 \text{ kN}$$

$$M = R_A x = 5x \text{ kN.m}$$

$x = 0, \dots M = 0 \text{ kN.m}$

$x = 2, \dots M = 5(2) = 10 \text{ kN.m}$

ที่หน้าตัด $2 < x < 4$

$$V = 5 - 10 = -5 \text{ kN}$$

$$M = 5x - 10(x - 2) \text{ kN.m}$$

$x = 2, \dots M = 10 - 0$

$$= 10 \text{ kN.m}$$

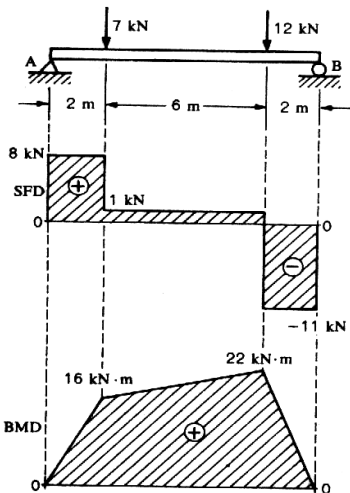
$x = 4, \dots M = 5(4) - 10(2)$


$$= 0 \text{ kN.m}$$


ตอบ โมเมนต์คดสูงสุดเท่ากับ 10 กิโลนิวตัน.เมตร กระทำที่ตำแหน่งห่างจากจุด A เท่ากับ 2 เมตร ไปทางขวามือ


ตัวอย่างที่ 2


จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและตำแหน่งของโมเมนต์คดสูงสุดด้วย



	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B</p> $\sum M_a = 0 \quad 10R_A = (7 \times 8) + (12 \times 2) = 80$ $R_A = \frac{80}{10} = 8 \text{ kN}$ $R_B = 7 + 12 - 8 = 11 \text{ kN}$ <p>ที่หน้าตัด $0 < x < 2$</p> $V = R_A = 8 \text{ kN}$ $M = R_A x \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 0 \text{ m}, M = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 2 \text{ m}, M = 8(2) = 16 \text{ kN} \cdot \text{m}$ <p>ที่หน้าตัด $2 < x < 8$</p> $V = 8 - 7 = 1 \text{ kN}$ $M = 8x - 7(x - 2) \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 2 \text{ m}, M = 8(2) - 7(10) = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 8 \text{ m}, M = 8(8) - 7(6) = 22 \text{ kN} \cdot \text{m}$ <p>ที่หน้าตัด $8 < x < 10$</p> $V = 8 - 7 - 12 = -11 \text{ kN}$ $M = 8x - 7(x - 2) - 12(x - 8) \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 8 \text{ m}, M = 8(8) - 7(6) - 12(0) = 22 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $x = 10 \text{ m}, M = 8(10) - 7(8) - 12(2) = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$ <p>\therefore โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 22 กิโลนิวตัน . เมตร</p> <p style="text-align: center;">ตอบ กระทำที่ตำแหน่งห่างจากจุด A เท่ากับ 8 เมตร ไปทางขวามือ</p>		

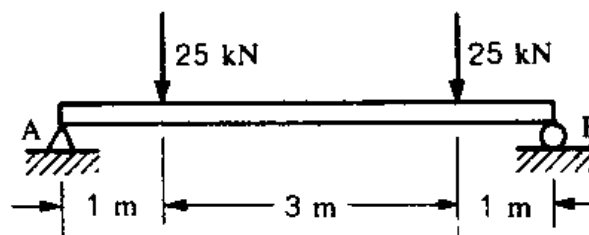
	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
กิจกรรมการเรียนการสอน ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู		
ขั้นนำ <ol style="list-style-type: none"> กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพของคานแบบต่าง ๆ และแรงที่มากระทำกับคานแบบต่าง ๆ มาให้นักศึกษาดูแล้วถาม 		
ขั้นสอน <ol style="list-style-type: none"> แจ้งจุดประสงค์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมินผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่นักศึกษา บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 6 สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 1 และ 2 เปิดโอกาสให้นักศึกษาถาม และให้นักศึกษาทำแบบทดสอบหน่วยที่ 6 		
ขั้นสรุป <ol style="list-style-type: none"> ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปเนื้อหา 		
งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม <ol style="list-style-type: none"> ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนในเรื่อง ที่จะสอนต่อไป ให้ไปศึกษาทบทวนเรื่องที่เรียน และทำแบบฝึกหัด 		
สื่อการเรียนการสอน <ol style="list-style-type: none"> เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 6 		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>การวัดผลและประเมินผล</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตความสนใจผู้เรียน 2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย 3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน 4. ให้ทำแบบทดสอบ 		

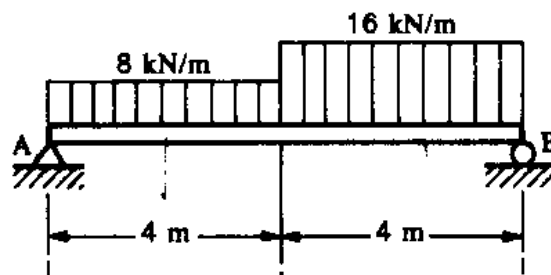
	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง


แบบฝึกหัด

1. จงเขียน FBD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและตำแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุดด้วย



2. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและโมเมนต์สูงสุดด้วย



	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงเขียน FBD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและตำแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุดด้วย

วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\sum M_A = 0] \quad 5R_B = (25 \times 1) + (25 \times 4)$$

$$R_B = \frac{125}{5} = 25 \text{ kN}$$

$$R_A = 25 + 25 - 25 = 25 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 1$

ที่หน้าตัด $1 < x < 4$

$$V = R_A = 25 \text{ kN}$$

$$V = R_A - 25 = 25 - 25 = 0 \text{ kN}$$

$$M = R_A x = 25x \text{ kN.m}$$

$$M = 25x - 25(x - 1) \text{ kN.m}$$

$$x = 0 \text{ m} \quad M = 0 \text{ kN.m}$$

$$x = 1 \text{ m} \quad M = 25(1) - 25(0) = 25 \text{ kN.m}$$

$$x = 1 \quad M = 25(1) = 25 \text{ kN.m}$$

$$x = 4 \text{ m} \quad M = 25(4) - 25(3) = 25 \text{ kN.m}$$

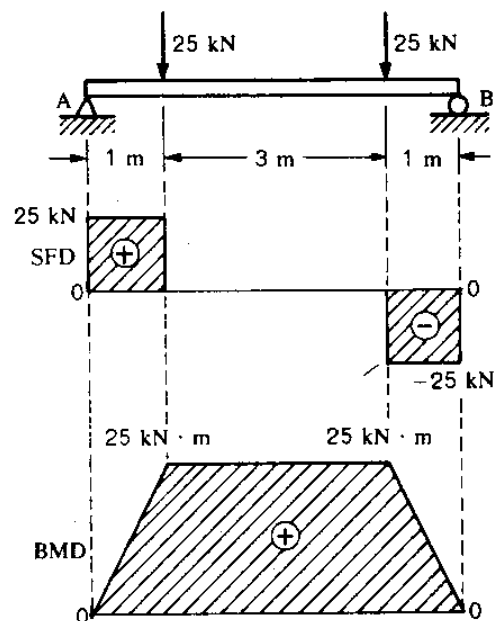
ที่หน้าตัด $4 < x < 5$

$$V = 25 - 25 - 25 = -25 \text{ kN}$$

$$M = 25x - 25(x - 1) - 25(x - 4) \text{ kN.m}$$

$$x = 4 \text{ m} \quad M = 25(4) - 25(3) - 0 = 25 \text{ kN.m}$$

$$x = 5 \text{ m} \quad M = 25(5) - 25(4) - 25(1) = 0 \text{ kN.m}$$



ตอบ โมเมนต์ดัดสูงสุดคือ 25 กิโลนิวตันเมตร กระทำห่างระยะ A เท่ากับ 1 เมตร

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

2. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและโมเมนต์สูงสุดด้วย

วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\sum M_A = 0] \dots 8R_B = (8 \times 4 \times 2) + (16 \times 4 \times 6)$$

$$R_B = \frac{448}{8} = 56 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = (8 \times 4) + (16 \times 4) - 56 = 40 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 4$

$$V = R_A - 8x \text{ kN}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad V = R_A = 40 \text{ kN}$$

$$x = 4 \text{ m} \quad V = 40 - 8(4) = 8 \text{ kN}$$

$$M = R_A x - \frac{8x^2}{2} \text{ kN.m}$$

ที่หน้าตัด $4 < x < 8$

$$V = 40 - 32 - 16(x - 4) \text{ kN}$$

$$x = 4 \text{ m}, \quad V = 40 - 32 - 16(0) = 8 \text{ kN}$$

$$x = 8 \text{ m}, \quad V = 40 - 32 - 16(4) = -56 \text{ kN}$$

$$M = 40x - 32(x - 2) - \frac{16}{2}(x - 4)^2 \text{ kN.m}$$

$$x = 4 \text{ m}, \quad M = 40(4) - 32(2) - 8(0) = 96 \text{ kN.m}$$

$$x = 8 \text{ m}, \quad M = 40(8) - 32(6) - 8(4)^2 = 0 \text{ kN.m}$$

โมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นที่ SF=0

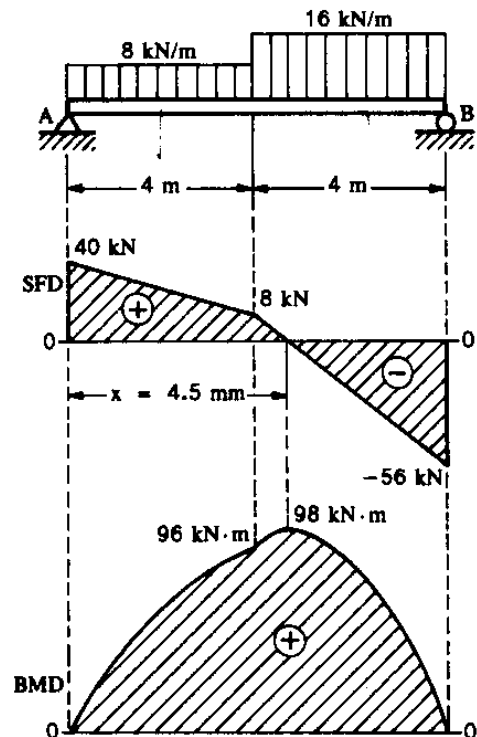
$$40 - 32 - 16(x - 4) = 0$$

$$16x = 72$$

$$x = \frac{72}{16} = 4.5 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 40(4.5) - 32(2.5) - 8(0.5)^2$$

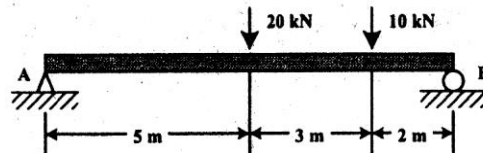
ตอบ โมเมนต์ดัดสูงสุด = 98 kN.m กระทำที่จุดห่างจาก A ไปทางขวามือเท่ากับ 4.5 เมตร



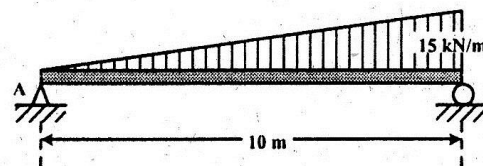
	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง


แบบทดสอบ

1. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและโมเมนต์สูงสุดด้วย



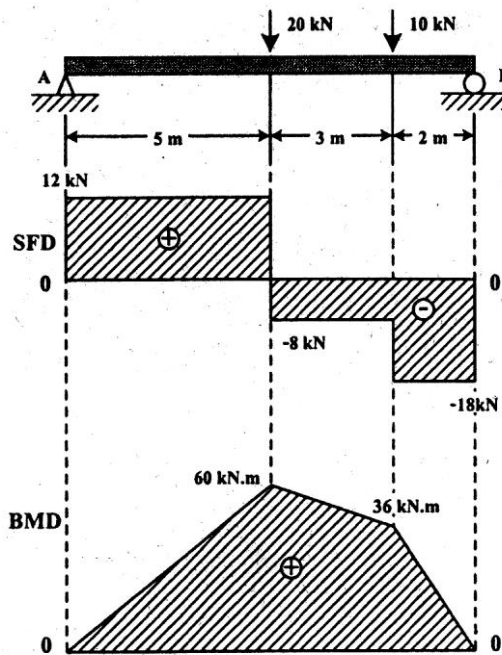
2. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและโมเมนต์สูงสุดด้วย



	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

เฉลยแบบทดสอบ

1. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและ โมเมนต์สูงสุดด้วย



วิธีทำ หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\sum M_A = 0] \dots 10R_B = (20 \times 5) + (10 \times 8)$$

$$R_B = \frac{180}{10} = 18 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 20 + 10 - 18 = 12 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 5$

$$V = R_A = 12 \text{ kN}$$

$$M = 12x \text{ kN.m}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad M = 0 \text{ kN.m}$$

$$x = 5 \text{ m}, \quad M = 12(5) = 60 \text{ kN.m}$$

ที่หน้าตัด $5 < x < 8$

$$V = 12 - 20 = -8 \text{ kN}$$

$$M = 12x - 20(x - 5) \text{ kN.m}$$

$$x = 5 \text{ m}, \quad M = 12(5) - 20(0) = 60 \text{ kN.m}$$

$$x = 8 \text{ m}, \quad M = 12(8) - 20(3) = 36 \text{ kN.m}$$

ที่หน้าตัด $8 < x < 10$


$$V = 12 - 20 - 10 = -18 \text{ kN}$$

$$M = 12x - 20(x - 5) - 10(x - 8) \text{ kN.m}$$

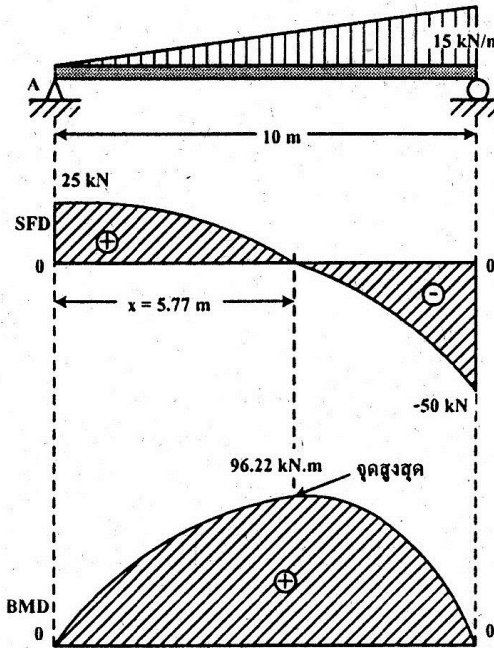
$$x = 8 \text{ m}, \quad M = 12(8) - 20(3) - 10(0) = 36 \text{ kN.m}$$

$$x = 10 \text{ m}, \quad M = 12(10) - 20(5) - 10(2) = 0 \text{ kN.m}$$

ตอบ โมเมนต์ดัดสูงสุด 60 kN.m กระทำที่จุดห่างจาก A ไปทางขวามือเท่ากับ 5 เมตร

	แผนการสอน	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

2. จงเขียน SFD และ BMD ของคานต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาดและโมเมนต์สูงสุดด้วย



วิธีทำ หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\sum M_A = 0] \dots 10R_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 15 \times \frac{2}{3} \times 10$$

$$R_B = \frac{500}{10} = 50 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = \frac{1}{2} \times 10 \times 15 - 50 = 25 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 10$

แรงทั้งหมดที่กระทำกับคานในระยะ x

$$= \frac{1}{2} x \left(\frac{15x}{10} \right) = \frac{3}{4} (x)^2 \text{ kN}$$

$$V = R_A - \frac{3}{4} (x)^2 = 25 - \frac{3}{4} (x)^2 \text{ kN}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad V = 25 - 0 = 25 \text{ kN}$$

$$x = 10 \text{ m}, \quad V = 25 - \frac{3}{4} (10)^2 = -50 \text{ kN}$$

โมเมนต์ดัดมีค่าสูงสุดที่ SF = 0

$$\text{จาก } V = 25 - \frac{3}{4} (x)^2 = 0$$

$$\frac{3}{4} x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{\frac{25 \times 4}{3}} = 5.77 \text{ m}$$

$$\therefore M_{\max} = 25(5.77) - \frac{5.77^3}{4} = 96.22 \text{ kN.m}$$

$$M = 25x - \frac{3}{4} (x)^2 \left[\frac{x}{3} \right]$$

$$= 25x - \frac{x^3}{4}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad M = 0 \text{ kN.m}$$

$$x = 10 \text{ m}, \quad M = (25 \times 10) - \frac{10^3}{4} = \text{kN.m}$$

ตอบ โมเมนต์ดัดสูงสุด 96.22 kN.m กระทำที่จุดห่างจาก A ไปทางขวามือเท่ากับ 5.77 เมตร

