	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

หัวข้อเรื่อง

1. การรวมความเค้นดัดและความเค้นเฉือน
2. การรวมความเค้นในแนวแกน ความเค้นดัด และความเค้นเฉือน

สาระสำคัญ

1. เมื่อเพลาได้รับโมเมนต์ดัดและแรงบิด ก็จะทำให้เกิดความเค้นดัด และความเค้นเฉือนขึ้น โดย ความเค้นดัดจะเกิดจากโมเมนต์ดัด และความเค้นเฉือนเกิดจากแรงบิด

2. เมื่อเพลาได้รับแรงในแนวแกนเพิ่มขึ้น จากความเค้นอัดและความเค้นเฉือนที่มีอยู่เดิม ในการรวมความเค้นจะต้องพิจารณาแรงในแนวแกนด้วย

วัตถุประสงค์

1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าความเค้นรวมของความเค้นดัด และความเค้นเฉือนได้อย่างถูกต้อง

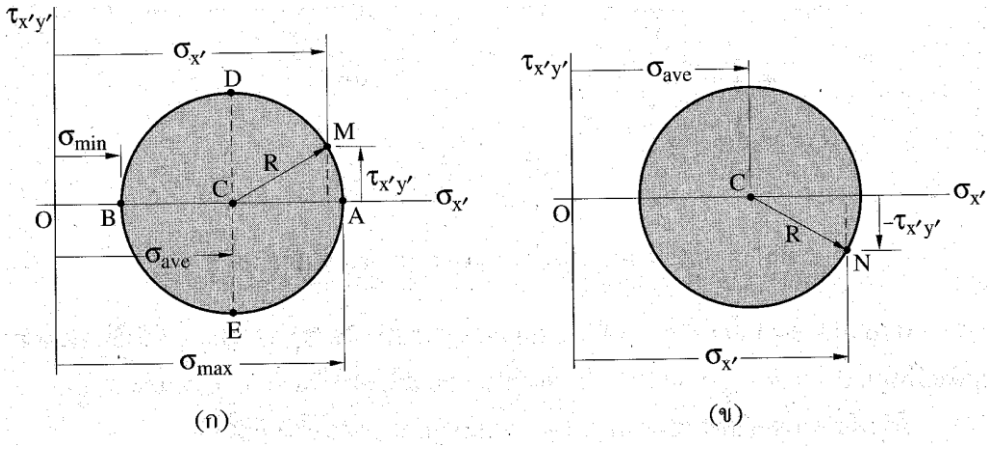
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าความเค้นรวมของความเค้นในแนวแกน ความเค้นดัด และความเค้นเฉือนได้อย่างถูกต้อง

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

เนื้อหาสาระ

1. การรวมความเค้นดัดและความเค้นเฉือน

1.1 ระนาบความเค้นหลักและระนาบความเค้นเฉือนสูงสุด



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ของความเค้นบนวงกลมโมห์

ในรูป 8-5 ก. แกนแนวตั้งเป็น $\tau_{xy'}$ และแกนแนวนอนเป็น $\sigma_{x'}$ จุด M มีพิกัดอยู่ที่ $(\sigma_{x'}, \tau_{xy'})$ ทุกๆจุด จะอยู่บนเส้นรอบวงตามค่ากำหนดของมุม θ จากสมการ ที่ 1 และ 2 จะจัดสมการให้ไม่มีเทอมของ θ ได้ดังนี้

$$(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_A + \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy'}^2 = [\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}]^2 + \tau_{xy}^2 = (\text{รัศมีของกราฟวงกลม})^2$$

กำหนดให้

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_A + \sigma_y}{2}, \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{avg})^2 + \tau_{xy'}^2 = R^2$$

รูปที่ 1ข. แสดงรูปกราฟวงกลมของสมการ โดยมีจุด C เป็นจุดศูนย์กลางซึ่งอยู่ที่พิกัด $(\sigma_{avg}, 0)$ และที่จุด N บนเส้นรอบวงอยู่ที่พิกัด $(\sigma_{x'} - \tau_{xy'})$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

1.2 ระนาบความเค้นหลัก

ในรูป 1 ก. จุด A คือความเค้นตั้งฉากสูงสุด (σ_{max}) และจุด B คือความเค้นตั้งฉากต่ำสุด (σ_{min}) ซึ่งที่จุดทั้งสองนี้ ความเค้นเฉือน ($\tau_{xy'}$) เป็นศูนย์ สภาวะความเค้นนี้เรียกว่า ความเค้นหลัก จากสมการ (3) จะได้

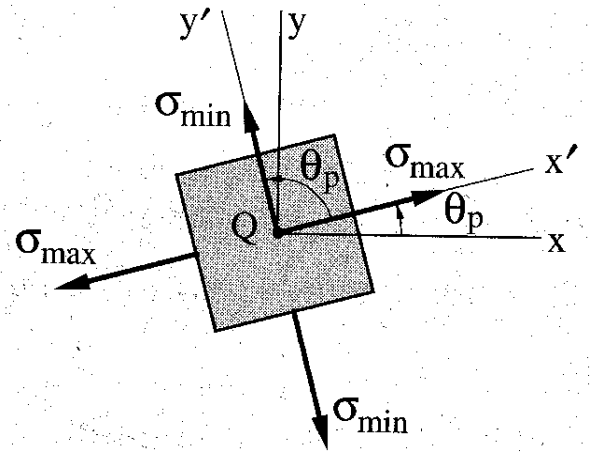
$$0 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

ตำแหน่งของความเค้นหลัก $\tan 2\theta_p = \dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

ข้อควรจำ

1. ระนาบที่ให้ค่าความเค้นตั้งฉากสูงสุดหรือต่ำสุดนี้เรียกว่าระนาบความเค้นหลัก
2. ระนาบความเค้นหลักทำมุมกับระนาบเดิม (แกน x' หรือ y' ทำมุมกับแกน x) เท่ากับมุม θ_p หรือ θ'_p โดยที่ $\theta'_p = 90 + \theta_p$ ดังรูปที่ 10.4
3. บนระนาบความเค้นหลักนั้นความเค้นเฉือนเป็นศูนย์เสมอ

มุมในกราฟวงกลมปรากฏเป็น 2θ แต่มุมระหว่างระนาบเป็น θ



รูปที่ 2 ระนาบความเค้นหลัก

ในรูป 2 แสดงระนาบความเค้นหลัก ที่จุด Q ซึ่งมี σ_{max} และ σ_{min} เป็นความเค้นตั้งฉากกระ ทำต่อระนาบนั้นจะเห็นได้ชัดเจนว่าไม่มีความเค้นเฉือนบนระนาบเค้นหลักนี้ จากรูปที่ 1 ก. พบว่า $\sigma_{max} = \sigma_{avg} + R$ และ $\sigma_{min} = \sigma_{avg} - R$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

แทนค่าลงในสมการ

ความเค้นสูงสุดและต่ำสุดหาจาก

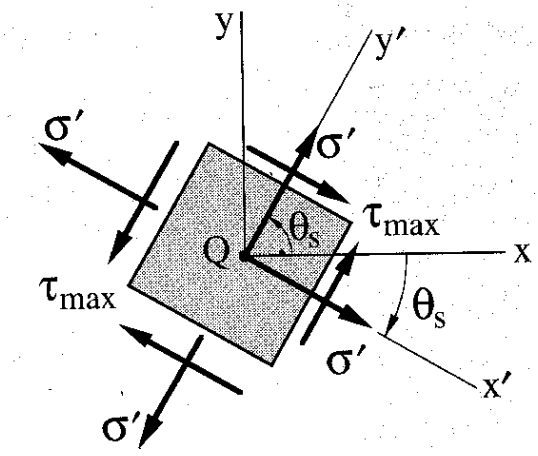
$$\sigma_{max,min} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

1.3 ระนาบความเค้นเฉือนสูงสุด

ในรูปที่ 1 ก. ที่จุด D และ E บนเส้นผ่านศูนย์กลางในแนวดิ่ง ของวงกลมนั้น ให้ค่าตัวเลขสูงสุดของความเค้นเฉือน และอยู่ที่พิกัด $\sigma'_x = \sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ โดยที่ระนาบความเค้นเฉือน สูงสุดทำมุมกับระนาบเดิม (ซึ่งมีสภาวะความเค้นเป็น σ_x, σ_y และ τ_{xy}) เท่ากับ θ_s ซึ่งหาได้จากสมการที่ (1) ดังนี้

$$-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}}$$



รูปที่ 3 ระนาบความเค้นเฉือนสูงสุด

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

ความเค้นเฉือนสูงสุดเกิดที่สองค่าของ θ_s ซึ่งค่าทั้งสองนั้นต่างกันอยู่ 90˚ ดังแสดงในรูปที่ 8-5 ความเค้นสูงสุดนี้มีค่าเท่ากับ รัศมีของวงกลมคือ

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

และ $$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

สภาวะ ของความเค้นบนระนาบความเค้นเฉือนสูงสุดนี้จะมีความเค้นตั้ง

จาก $$\sigma' = \sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

ข้อควรจำ

1. เมื่อพิจารณาแล้วพบว่า $\tan 2\theta_s = -\frac{1}{\tan 2\theta_p}$ แสดงว่าในกราฟวงกลมมุม $2\theta_s$ และ $2\theta_p$ นั้นต่างกันอยู่ 90˚ นั่นคือ ระนาบความเค้นเฉือนสูงสุด ทำมุม 45° กับระนาบความเค้นหลักเสมอ

2. บนระนาบความเค้นเฉือนสูงสุดจะมีสภาวะของความเค้นเป็น

$$\sigma'_x = \sigma'_y = \sigma_{avg} \quad \text{และ} \quad \tau_{xy} = \tau_{max}$$

การรวมความเค้นในแนวแกน ความเค้นดัดและความเค้นเฉือน เมื่อเพลารับแรงในแนวแกนเพิ่มขึ้น การรวมความเค้นจะต้องพิจารณาแรงนี้ด้วย ดังนั้น

$$\sigma_x = -\frac{F_1}{A} - \frac{Mc}{I}$$

$$\sigma_x = -\frac{4F_1}{\pi d^2} - \frac{32M}{\pi d^3}$$

เมื่อ $A = \frac{\pi d^2}{4}$, $M_z = F_2 L$ และ $I = \frac{\pi d^4}{64}$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

เมื่อ $T = F_2 S, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$

ความเค้นรวม คือ

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

สรุปเนื้อหา

ในการออกแบบคาน ต้องหาค่าความเค้นตรงสูงสุด จากกรณีที่ผิวบนและล่าง $(\tau_{xy} = 0)$ principal stress มีค่าเท่ากับความเค้นในแนวแกน σ_x แต่สำหรับที่ระดับใกล้ๆ ผิว σ_x มีค่าน้อยกว่าที่ผิวบนหรือล่างแต่ในกรณีที่มีค่าความเค้นเฉือน (τ_{xy}) ด้วย เมื่อรวมกันจะได้ principal stress จะได้ principal stress σ_1, σ_2 ซึ่งอาจจะมีค่ามากกว่าค่าที่ผิวบนและล่างได้

การหาค่าความเค้นหลักใช้สูตร $\sigma_{max,min} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

สำหรับค่าความเค้นเฉือนสูงสุดใช้สูตร $\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

เมื่อพิจารณาแล้วพบว่า $\tan 2\theta_s = -\frac{1}{\tan 2\theta_p}$ แสดงว่าในกราฟวงกลมมุม $2\theta_s$ และ $2\theta_p$ นั้นต่างกันอยู่ 90° นั่นคือ **ระนาบความเค้นเฉือนสูงสุด ทำมุม** 45° **กับระนาบความเค้นหลักเสมอ**

บนระนาบความเค้นเฉือนสูงสุดจะมีสภาวะของความเค้นเป็น

$$\sigma'_x = \sigma'_y = \sigma_{avg} \quad \text{และ} \quad \tau_{xy} = \tau_{max}$$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

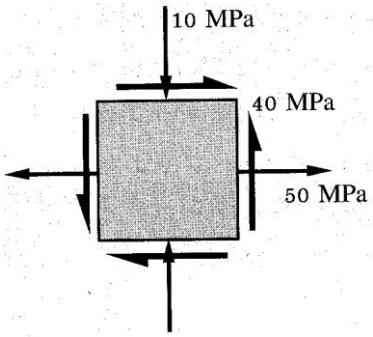
ตัวอย่าง

ระนาบความเค้นที่แสดงดังรูปจงหา

ก) ตำแหน่งของระนาบความเค้นหลัก

ข) ความเค้นหลัก

ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและความเค้นตั้งฉาก



หลักการวิเคราะห์

ตำแหน่งระนาบความเค้นหลักกำหนดด้วยมุม θ_p ใช้สมการ ที่ (8) คำนวณ

σ_{max}, σ_{min} สมการ (10) และ(11)คำนวณ τ_{max} และ σ' ตามลำดับ

ก) ตำแหน่งของระนาบความเค้นหลัก

$$\sigma_x = +50\text{MPa} \quad ,\sigma_y = -10\text{MPa} \quad ,\tau_{xy} = +40\text{MPa}$$

(เมื่อใช้สูตรคำนวณ τ มีเครื่องหมายบวกเมื่อโมเมนต์ของแรงแรงเฉือนมีทิศทวนเข็มนาฬิกา)

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(+40)}{50-(-10)} = \frac{80}{60}$$

$$2\theta_p = 53.1^\circ \text{ และ } 180^\circ + 53.1^\circ = 233.1^\circ$$

ตอบ $\therefore \quad \theta_p = 26.6^\circ$ และ 166.6°

ข.) ความเค้นหลัก

$$\sigma_{max,min} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)$$

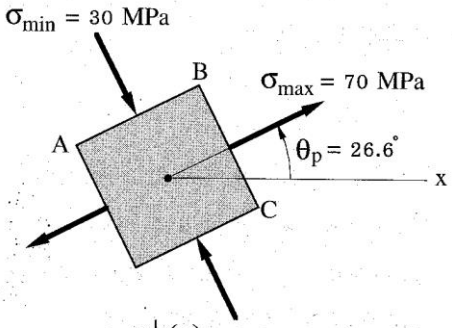
	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

$$\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

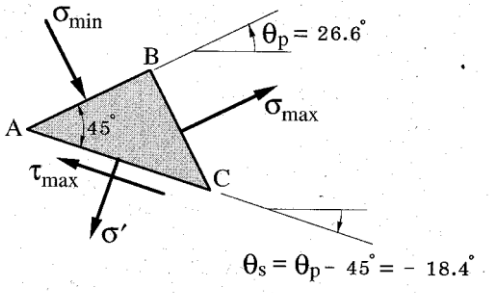
$$=20\pm\sqrt{30^2+40^2}$$

ตอบ σ_{max} $=70\text{MPa}$ (ความเค้นดึง)

σ_{min} $=30\text{MPa}$ (ความเค้นอัด)



รูป (1)



รูป (2)

ค.) ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

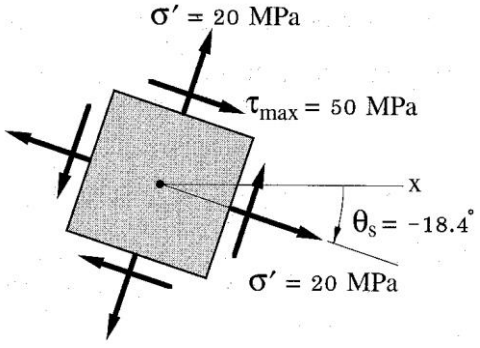
$$=\sqrt{30^2+40^2}$$

ตอบ $=50\text{MPa}$

ตำแหน่งความเค้นเฉือนสูงสุดนั้นจะทำมุม 45° กับระนาบความเค้นหลัก

และ $\sigma' = \sigma_{avg} = \dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} = \dfrac{50-10}{2}$

ตอบ $=20\text{MPa}$



	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู

ขั้นนำ

1. กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพการต่อเพลาแบบต่าง ๆ มาให้นักศึกษาดูแล้วถาม

ขั้นสอน

1. แจ้งจุดประสงค์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมินผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่นักศึกษา
2. บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 9
3. สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 1
4. เปิดโอกาสให้นักศึกษาถาม และให้นักศึกษาทำแบบทดสอบหน่วยที่ 9

ขั้นสรุป

1.ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปเนื้อหา

งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม

1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนในเรื่อง ที่จะสอนต่อไป
2. ให้ไปศึกษาทบทวนเรื่องที่เรียน และทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 9
2. รูปภาพ 1, 2 และ 3

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตความสนใจผู้เรียน
2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย
3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน
4. ให้ทำแบบทดสอบ

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

แบบฝึกหัด

1. เพลาตันอยู่ภายใต้แรงบิด 1.5 กิโลนิวตันเมตร และโมเมนต์ดัดสูงสุด 1 กิโลนิวตันเมตร ถ้าเพลามีขนาด 60 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

2. เพลาตันขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 มิลลิเมตร ยาว 300 มิลลิเมตร รับแรง F_1 เท่ากับ 1 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน และ F_2 เท่ากับ 2 กิโลนิวตัน กระตั้งฉากกับศูนย์กลางของเพลา ระยะ S เท่ากับ 50 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

เฉลยแบบฝึกหัด

1. เพลาตันอยู่ภายใต้แรงบิด 1.5 กิโลนิวตันเมตร และโมเมนต์ดัดสูงสุด 1 กิโลนิวตันเมตร ถ้าเพลามีขนาด 60 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

วิธีทำ จาก $\sigma_1 = \frac{16}{\pi d^3}\left[M + \sqrt{M^2 + T^2}\right]$

$$= \frac{16}{\pi(0.06)^3}\left[1 + \sqrt{1^2 + 1.5^2}\right]$$

$$= 66085 \text{ kN/m}^2$$

<u>ตอบ</u> ความเค้นดึงสูงสุดเท่ากับ 66085 กิโลนิวตัน

จาก $\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + T^2}$

$$= \frac{16}{\pi(0.06)^3}\sqrt{1^2 + 1.5^2}$$

$$= 42506.76 \text{ kN/m}^2$$

<u>ตอบ</u> ความเค้นเฉือนสูงสุดเท่ากับ 42506.76 กิโลนิวตัน

2. เพลาตันขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 มิลลิเมตร ยาว 300 มิลลิเมตร รับแรง F_1 เท่ากับ 1 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน และ F_2 เท่ากับ 2 กิโลนิวตัน กระตั้งฉากกับศูนย์กลางของเพลา ระยะ S เท่ากับ 50 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

วิธีทำ แรง F_1 เท่าให้เกิด M_z

$$M_z = F_1 \times L = 2 \times 0.3 = 0.6 \text{ kN.M}$$

จาก $\sigma_x = -\frac{4F}{\pi d^2} - \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{-4(1)}{\pi(0.05)^2} - \frac{32(0.6)}{\pi(0.05)^3}$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

$= -49401.6 \text{ kN/m}^2$

$= -49.4 \text{ MN/m}^2$

แรง F_2 ทำให้เกิดแรงบิด T

$T = F_2S = 2 \times 0.05 = 0.1 \text{ kN.m}$

จาก $\tau_{xy} = \dfrac{16T}{\pi d^3} = \dfrac{16(0.1)}{\pi(0.05)^3}$

$= 4074.36 \text{ kN/m}^2$

$= 4.07 \text{ MN/m}^2$

จาก $\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= -\dfrac{49.4}{2} + \sqrt{\left(-\dfrac{49.4}{2}\right)^2 + (4.07)^2}$

$= 0.33 \text{ MN/m}^2$

จาก $\sigma_2 = \dfrac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= -\dfrac{49.4}{2} - \sqrt{\left(-\dfrac{49.4}{2}\right)^2 + (4.07)^2}$

$= -49.73 \text{ MN/m}^2$

จาก $\tau_{max} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= \sqrt{\left(-\dfrac{49.4}{2}\right)^2 + (4.07)^2}$

$= 25.03 \text{ MN/m}^2$

<u>ตอบ</u> ความเค้นดึงสูงสุดเท่ากับ 0.33 เมกะนิวตัน/ตารางเมตร

ความเค้นเฉือนสูงสุดเท่ากับ 25.03 เมกะนิวตัน/ตารางเมตร

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

แบบทดสอบ

1. เพลาตันอยู่ภายใต้แรงบิด 2.4 กิโลนิวตันเมตร และโมเมนต์ดัดสูงสุด 1.5 กิโลนิวตันเมตร ถ้าเพลามีขนาด 55 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

2. เพลาตันขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 45 มิลลิเมตร ยาว 350 มิลลิเมตร รับแรง F_1 เท่ากับ 2 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน และ F_2 เท่ากับ 3 กิโลนิวตัน กระตั้งฉากกับศูนย์กลางของเพลา ระยะ S เท่ากับ 45 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

เฉลยแบบทดสอบ

1. เพลาตันอยู่ภายใต้แรงบิด 2.4 กิโลนิวตันเมตร และโมเมนต์ดัดสูงสุด 1.5 กิโลนิวตันเมตร ถ้าเพลามีขนาด 55 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

วิธีทำ จาก $\sigma_1 = \frac{16}{\pi d^3}\left[M + \sqrt{M^2 + T^2}\right]$

$$= \frac{16}{\pi(0.055)^3}\left[1.5 + \sqrt{1.5^2 + 2.4^2}\right]$$

$$= 132552.96 \text{ kN/m}^2$$

ตอบ ความเค้นดึงสูงสุดเท่ากับ 132552.96 กิโลนิวตัน/ตารางเมตร

จาก $\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + T^2}$

$$= \frac{16}{\pi(0.055)^3}\sqrt{1.5^2 + 2.4^2}$$

$$= 86635.98 \text{ kN/m}^2$$

ตอบ ความเค้นเฉือนสูงสุดเท่ากับ 86635.98 กิโลนิวตัน

2. เพลาตันขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 45 มิลลิเมตร ยาว 350 มิลลิเมตร รับแรง F_1 เท่ากับ 2 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน และ F_2 เท่ากับ 3 กิโลนิวตัน กระตั้งฉากกับศูนย์กลางของเพลา ระยะ S เท่ากับ 45 มิลลิเมตร จงหาความเค้นดึง และความเค้นเฉือนสูงสุด

วิธีทำ แรง F_1 เท่าให้เกิด M_z

$$M_z = F_1 \times L = 2 \times 0.35 = 0.7 \text{ kN.M}$$

จาก $\sigma_x = -\frac{4F}{\pi d^2} - \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{-4(2)}{\pi(0.045)^2} - \frac{32(0.7)}{\pi(0.045)^3}$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

$= -79503.24 \text{ kN/m}^2$

$= -79.5 \text{ MN/m}^2$

แรง F_2 ทำให้เกิดแรงบิด T

$T = F_2S = 3 \times 0.045 = 0.135 \text{ kN.m}$

จาก $\tau_{xy} = \dfrac{16T}{\pi d^3} = \dfrac{16(0.135)}{\pi(0.045)^3}$

$= 7545.12 \text{ kN/m}^2$

$= 7.545 \text{ MN/m}^2$

จาก $\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= -\dfrac{79.5}{2} + \sqrt{\left(-\dfrac{79.5}{2}\right)^2 + (7.545)^2}$

$= 0.71 \text{ MN/m}^2$

จาก $\sigma_2 = \dfrac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= -\dfrac{79.5}{2} - \sqrt{\left(-\dfrac{79.5}{2}\right)^2 + (7.545)^2}$

$= -80.21 \text{ MN/m}^2$

จาก $\tau_{max} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= \sqrt{\left(-\dfrac{79.5}{2}\right)^2 + (7.545)^2}$

$= 40.46 \text{ MN/m}^2$

ตอบ ความเค้นดึงสูงสุดเท่ากับ 0.71 เมกะนิวตัน/ตารางเมตร

ความเค้นเฉือนสูงสุดเท่ากับ 40.46 เมกะนิวตัน/ตารางเมตร

	แผนการสอน	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	**สอนครั้งที่ 16**
	ชื่อหน่วย การรวมความเค้น	**จำนวน 3 ชั่วโมง**

บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการสอน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....